

2025-2026 学年九年级 10 月联考数学试题（鲁教版）

参考答案与评分标准

一、选择题：本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分. 每小题只有一个选项符合题目要求.

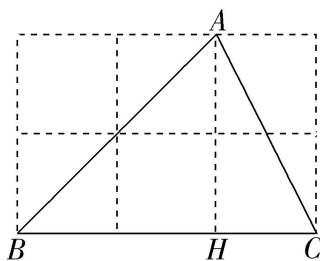
1.C 【解析】抛物线 $y = -(x+2)^2 - 1$ 的顶点坐标为 $(-2, -1)$ ，故选：C.

2.B 【解析】 $(-2)^2 + \tan 45^\circ - 2\cos 60^\circ = 4 + 1 - 2 \times \frac{1}{2} = 4$. 故选：B.

3.B 【解析】根据“数量 = 总价 ÷ 单价”，已知总价为 5000 元，单价为 m 元/台，数量为 n 台，可得： $n = \frac{5000}{m}$. 逐一分析选项：A 选项 $n = 5000m$ ，不符合数量与总价、单价的关系，错误；B 选项 $n = \frac{5000}{m}$ ，正确；C 选项 $n = m + 5000$ 没有依据，错误；D 选项 $n = m - 5000$ 也没有依据，错误。 故选：B

4.A 【解析】 $\because \angle AHC = 90^\circ$,

$\therefore \sin C = \frac{AH}{AC} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$. 故选：A.



5.D 【解析】因为把点 $(3, 4)$ 代入函数 $y = \frac{m}{x}$ ($m \neq 0$)，可得 $4 = \frac{m}{3}$ ，解得 $m = 12$ ，所以该反比例函数为 $y = \frac{12}{x}$ 。

对于选项 A：因为 $m = 12 > 0$ ，所以函数图象在一、三象限，A 选项错误。

对于选项 B：对于反比例函数 $y = \frac{12}{x}$ ，在每个象限内 y 随 x 的增大而减小，并非在整个定义域内 y

随 x 的增大而增大，B 选项错误。对于选项 C：把 $x = -3$ 代入 $y = \frac{12}{x}$ ，可得 $y = \frac{12}{-3} = -4$ ，所以

点 $(-3, -4)$ 在此函数的图象上，C 选项错误。对于选项 D：因为 $m = 12 > 0$ ，当 $x < 0$ 时，函数图象在第三象限，所以必有 $y < 0$ ，D 选项正确。 故选：D.

6.A 【解析】对于二次函数 $y = -x^2 + 6x - n$ ，其中 $a = -1$ ， $b = 6$ ，根据对称轴公式 $x = -$

$\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2 \times (-1)} = 3$ 。因为点 $M(-2.5, d)$ 到对称轴 $x = 3$ 的距离为： $|-2.5 - 3| = 5.5$ 。

因为点 $N(3, e)$ 在对称轴 $x = 3$ 上，所以距离为 0。因为点 $P(5.5, f)$ 到对称轴 $x = 3$ 的距离为： $|5.5 - 3| = 2.5$ 。因为 $a = -1 < 0$ ，所以二次函数图象开口向下，离对称轴越近的点对应的函数值越大。所以 $e > f > d$ 。故选：A。

7.D 【解析】由作图知： $BH \perp AC$ ，

$$\therefore \angle BHA = 90^\circ,$$

$$\therefore \cos A = \frac{AH}{AB} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore AH = 8,$$

$$\therefore AB = AC = 8 + CH,$$

$$\therefore \frac{8}{CH+8} = \frac{4}{5},$$

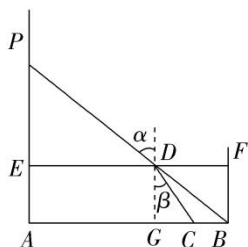
$$\therefore CH = 2.$$

故选：D。

8.A 【解析】由二次函数 $y = -bx^2 + k$ 可知， $-b > 0$ ，所以 $b < 0$ ，故选项 B、C 不符合题意；

由二次函数 $y = -bx^2 + k$ 可知， $k < 0$ ，所以 $-k > 0$ ，一次函数 $y = -kx + b$ 经过一、三、四象限，选项 A 符合题意；故选：A。

9.C 【解析】如图，作 $DG \perp AB$ 于点 G ，则四边形 $DGBF$ 是矩形， $\angle DGB = 90^\circ$ ，



$$\therefore DG = BF = 48\text{cm}, \quad BG = DF = 64\text{cm},$$

$$\therefore BC = 28\text{cm},$$

$$\therefore CG = 64 - 28 = 36\text{cm},$$

$$\therefore CD = \sqrt{CG^2 + DG^2} = 60 \text{ (cm)}.$$

$$\therefore CG = 36\text{cm}, \quad CD = 60\text{cm},$$

$$\therefore \sin \beta = \frac{36}{60} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore DF = 64\text{cm}, \quad BF = 48\text{cm}, \quad \angle BFD = 90^\circ,$$

$$\therefore BD = \sqrt{DF^2 + BF^2} = 80 \text{ (cm)},$$

$$\therefore \sin \angle GDB = \frac{BG}{BD} = \frac{64}{80} = \frac{4}{5},$$

$$\because \alpha = \angle GDB,$$

$$\therefore \sin \alpha = \frac{4}{5},$$

$$\therefore n = \frac{4}{5} \div \frac{3}{5} = \frac{4}{3}.$$

故答案为：C.

10. D 【解析】由图象可知 $a < 0$, $b < 0$, $c > 0$,

故①正确;

抛物线与 x 轴有 2 个交点, 所以 $\Delta = b^2 - 4ac > 0$,

即 $4ac - b^2 < 0$, 故②正确;

当 $x = -1$ 时, $y = a - b + c > 0$, 故③错误;

$$\because x = -\frac{b}{2a} = -1,$$

得 $b = 2a$,

当 $x = 1$ 时, $y = a + b + c = 3a + c < 0$,

得 $3a < -c$, 故④错误;

当 $x = -1$ 时, $y = a - b + c$ 取最大值,

$$\therefore y = ak^2 + bk + c \leq a - b + c, \text{ 即 } ak^2 + bk \leq a - b \text{ (} k \text{ 为任意实数)},$$

故⑤正确;

$x = -3$ 与 $x = 1$ 是抛物线得两个对称点, 所以 $y_1 = y_2$,

故⑥错误;

综上所述: ①②⑤正确

故选: D.

二、填空题：本题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分.

11. 左 【解析】 $\because$ 抛物线 $y = 4x^2$ 的顶点为 $(0, 0)$, 抛物线 $y = 4(x+3)^2 - 5$ 的顶点为 $(-3, -5)$, 二次函数 $y = 4(x+3)^2 - 5$ 的图象可以由 $y = 4x^2$ 的图象先向左平移 3 个单位, 再向下平移 5 个单位得到;

故答案为: 左.

12.6

【解析】由函数图象可知，火焰的像高 y （单位： cm ）随物距（小孔到蜡烛的距离） x （单位： cm ）的增大而减小，

由函数图象可得：当 $y \geq 4$ 时 $x \leq 6$ ，

$\therefore$ 小孔到蜡烛的距离至多是 6 厘米，

故答案为：6

13. 12

【解析】 $\because \angle C = 90^\circ$, $\sin A = \frac{1}{3}$, $BC = 4$,

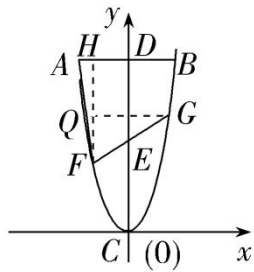
$$\therefore \frac{BC}{AB} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore AB = 3BC = 12,$$

故答案为：12.

$$14. \frac{16}{3}\sqrt{2}$$

【解析】由题意，建立如图所示平面直角坐标系，作 $FH \perp AB$ 于点 H ，作 $GQ \perp FH$ 于点 Q ，



$$\therefore \angle QGF = 45^\circ.$$

$$\therefore \text{可得 } A(-4, 12), B(4, 12), C(0, 0), D(0, 12), E(0, 5).$$

又设抛物线的表达式为 $y = ax^2$,

$$\therefore \text{把点 } A \text{ 坐标代入解析式, 得 } 12 = a(-4)^2,$$

$$\therefore a = \frac{3}{4}.$$

$$\therefore y = \frac{3}{4}x^2.$$

$$\because \angle QGF = 45^\circ, E \text{ 点坐标为 } (0, 5), \text{ 易知直线 } FG \text{ 与 } x \text{ 轴的交点为 } (-5, 0),$$

∴设 FG 所在直线解析式为 $y=kx+b$.

又∵图象过点 $(0, 5)$, $(-5, 0)$,

∴可得 $y=x+5$.

$$\text{令 } \frac{3}{4}x^2 = x + 5,$$

$$\therefore 3x^2 - 4x - 20 = 0,$$

$$\therefore x_1 = \frac{10}{3}, x_2 = -2.$$

$$\therefore FG = \sqrt{2}|x_1 - x_2| = \sqrt{2} \left(\frac{10}{3} + 2 \right) = \frac{16}{3}\sqrt{2} \text{ cm}.$$

故答案选: $\frac{16}{3}\sqrt{2}$.

15. $\frac{4051}{2}$ 【解析】把 $y=2 \times 2026 - 1 = 4051$ 代入 $y = \frac{4}{x}$ 得 $x_{2026} = \frac{4}{4051}$,

把 $x_{2026} = \frac{4}{4051}$ 代入 $y = \frac{2}{x}$ 得 $y_{2026} = \frac{4051}{2}$.

故答案为 $\frac{4051}{2}$.

三、解答题：本题共 8 小题，共 75 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

16. (8 分) 解：(1) 根据题意得，抛物线的顶点坐标为 $(2, 4)$,

设抛物线 $y = a(x - 2)^2 + 4$,

把点 $A(10, 0)$ 代入得: $64a + 4 = 0$,

$$\therefore a = -\frac{1}{16}.$$

$$\therefore \text{抛物线的函数表达式为 } y = -\frac{1}{16}(x - 2)^2 + 4 \text{ 或 } y = -\frac{1}{16}x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{15}{4}; \dots\dots\dots (4 \text{ 分})$$

(2) 由题意，当 $x=0$ 时， $y = -\frac{1}{16}(0 - 2)^2 + 4 = 3.75$,

$$\therefore 3.75 > 2.44,$$

∴球不能射进球门. $\dots\dots\dots (8 \text{ 分})$

17. (8 分) 解：(1) ∵ $A(-4, n)$, $B(2, -4)$ 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象和一次函数 $y = ax + b$ 的图象的两个交点，

∴把 $B(2, -4)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$ 得到 $k = -8$,

∴反比例函数解析式为 $y = -\frac{8}{x}$,

把 $A(-4, n)$ 代入 $y = -\frac{8}{x}$ 得 $-4n = -8$, 解得 $n = 2$,

把 $A(-4, 2)$ 和 $B(2, -4)$ 代入 $y = ax + b$ 得 $\begin{cases} -4k + b = 2 \\ 2k + b = -4 \end{cases}$,

解得 $\begin{cases} k = -1 \\ b = -2 \end{cases}$,

∴一次函数的解析式为 $y = -x - 2$;

当 $y = 0$ 时, $-x - 2 = 0$,

解得: $x = -2$,

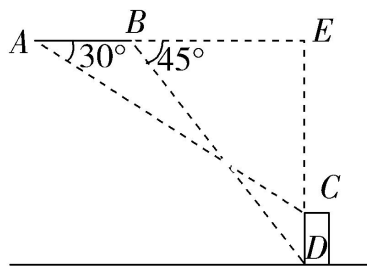
∴ C 点坐标为 $(-2, 0)$,

∴ $OC = 2$,

∴ $S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOC} + S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 + \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 6$; (5 分)

(2) 解: 由图象得不等式 $ax + b < \frac{k}{x}$ 的解集为 $-4 < x < 0$ 或 $x > 2$ (8 分)

18. (8 分) 解: 如图, 延长 AB , DC , 相交于点 E ,



由题意可得: $AB \perp CD$, 则 $\angle E = 90^\circ$,

∴ $\angle BDE = 90^\circ - \angle DBE = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$,

∴ $\angle DBE = \angle BDE$,

∴ $BE = DE$, (4 分)

设 $BE = DE = x$,

∴ $AB = 5$, $CD = 3$,

∴ $AE = BE + AB = x + 5$, $CE = DE - CD = x - 3$, (6 分)

$$\therefore \tan \angle CAE = \frac{CE}{AE},$$

$$\therefore \angle CAE = 30^\circ,$$

$$\therefore \tan 30^\circ = \frac{x-3}{x+5} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\text{解得: } x = 7 + 4\sqrt{3},$$

经检验, $x = 7 + 4\sqrt{3}$ 是原分式方程的解,

$\therefore$ 无人机飞行的高度为 $(7 + 4\sqrt{3})$ 米. (8 分)

19. (9 分) (1) 因为直线 $y_1 = k_1x$ 与双曲线 $y_2 = \frac{k_2}{x}$ 的图象都关于原点对称, 所以它们的交点 M 、 N 关于原点对称。已知点 M 的坐标是 $(3, -4)$, 那么点 N 的坐标是 $(-3, 4)$ 。 (4 分)

(2) 因为点 M, N 是直线 $y_1 = k_1x$ 与双曲线 $y_2 = \frac{k_2}{x}$ 的交点, 所以 $k_1m = \frac{k_2}{m}, k_1(m+3) = \frac{k_2}{m+3}$, 则 $k_1m^2 = k_2, k_1(m+3)^2 = k_2$, 所以 $m^2 = (m+3)^2$, 展开得 $m^2 = m^2 + 6m + 9$, 移项可得 $6m = -9$, 解得 $m = -\frac{3}{2}$ 。 (9 分)

20. (10 分) 解: (1) 设销售量 y (件) 关于销售单价 x (元) 的函数解析式为 $y = kx + b$ 。则当 $x = 90$ 时, $y = 100$; 当 $x = 89$ 时, $y = 105$ 。将 $x = 90, y = 100$ 代入 $y = kx + b$ 得: $100 = 90k + b$ ① 将 $x = 89, y = 105$ 代入 $y = kx + b$ 得: $105 = 89k + b$ ② ② - ① 得: $5 = -k$, 解得 $k = -5$ 。把 $k = -5$ 代入 ① 得: $100 = -5 \times 90 + b, 100 = -450 + b$, 解得 $b = 550$ 。所以 $y = -5x + 550$ 。 (3 分)

(2) 设销售单价为 x 元, 利润为 4000 元。利润 = $(x - 50) \times y = (x - 50) \times (-5x + 550) = 4000$ 展开得: $-5x^2 + 550x + 250x - 27500 = 4000$, 整理得: $-5x^2 + 800x - 31500 = 0$ 两边同时除以 -5 得: $x^2 - 160x + 6300 = 0$ 因式分解得: $(x - 70)(x - 90) = 0$ 解得 $x_1 = 70, x_2 = 90$ 。因为要让顾客获得更多实惠, 所以取 $x = 70$ 。

答：销售单价应定为 70 元. (7 分)

(3) 设销售利润为 w 元。 $w = (x - 50)(-5x + 550) = -5x^2 + 550x + 250x - 27500$
 $= -5x^2 + 800x - 27500 = -5(x^2 - 160x + 6400 - 6400) - 27500 = -5[(x - 80)^2 - 6400] - 27500$
 $= -5(x - 80)^2 + 32000 - 27500 = -5(x - 80)^2 + 4500$ 。
因为 $-5 < 0$ ，所以抛物线开口向下，当 $x = 80$ 时， w 有最大值 4500。

答：销售单价应定为 80 元..... (10 分)

21. (10 分) 解：(1) 由题意设 $y = \frac{k}{x}$ ，把 $x=25$ ， $y=10$ 代入，得 $k=25 \times 10=250$ ，

$\therefore y$ 关于 x 的函数关系式为 $y = \frac{250}{x}$ (4 分)

(2) $k=250 > 0$ ， x 表示弹簧秤与中点 O 的距离，最大值是 $50cm$ ，

$\therefore x > 0$ ，

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小，

$\therefore$ 把 $x_{max}=50$ 代入 $y = \frac{250}{x}$ ，得 $y_{min}=5$ ，

$\therefore y$ 的最小值为 $5N$ (10 分)

22. (11 分) 解：(1) 解法一 $\because \angle A \approx 44^\circ$ ， $\angle B \approx 50^\circ$ ，

$\therefore \angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B \approx 180^\circ - 43^\circ - 51^\circ = 86^\circ$ ，

由题意得， $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C}$ ，

又 $\because BC \approx 341m$ ，

$\therefore AB = \frac{BC \sin C}{\sin A} = \frac{BC \sin 86^\circ}{\sin 44^\circ} \approx \frac{350 \times 0.998}{0.695} = 503m$ ，

答：A，B 两地间的距离为 $503m$ ； (5 分) (两种方法均可得分)

解法二： $\because \angle A \approx 44^\circ$ ， $\angle B \approx 50^\circ$ ，

$\therefore \angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B \approx 180^\circ - 43^\circ - 51^\circ = 86^\circ$ ，

由题意得， $\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C}$ ，

又 $\because AC \approx 400m$,

$$\therefore AB = \frac{AC \sin C}{\sin B} = \frac{AC \sin 86^\circ}{\sin 50^\circ} \approx \frac{400 \times 0.998}{0.766} = 521m,$$

答： A, B 两地间的距离为 $521m$ ；.....（5 分）（两种方法均可得分）

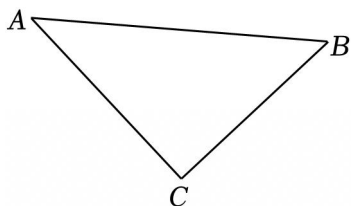
（两种结果均可以）

（2）工具：测角仪、测距仪、无人机（只能测角度、水平面高度）.

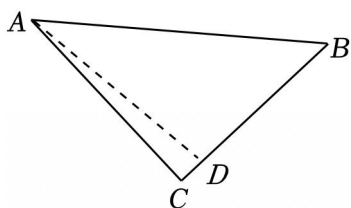
测量过程：步骤 1：如图，在空旷地找一点 C ，使得 $\triangle ABC$ 是锐角三角形；

步骤 2：利用无人机多次测量并取平均值测得 $\angle C$ 的度数；

步骤 3：利用测距仪多次测量并取平均值测得 $BC = a m$ ， $AC = b m$.



计算过程：过点 A 作 $AD \perp BC$ ，则 $\angle ADC = \angle ADB = 90^\circ$,



$$\therefore \text{在 Rt}\triangle ACD \text{ 中, } \sin C = \frac{AD}{AC}, \cos C = \frac{CD}{AC},$$

$$\therefore AD = b \sin C (m), CD = b \cos C (m),$$

$$\therefore BD = BC - CD = (a - b \cos C) (m),$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle ABD \text{ 中, } AD^2 + BD^2 = AB^2,$$

$$\therefore AB = \sqrt{(b \sin C)^2 + (a - b \cos C)^2} (m),$$

答： A, B 两地间的距离为 $\sqrt{(b \sin C)^2 + (a - b \cos C)^2} m$ （11 分）

23.（11 分）（1）（3，7） $y = x^2 + 4x - 2$ （2 分，每空 1 分）

（2）因为抛物线 $y = x^2 + bx + 5$ 经过点 $N(2, -1)$ ，将 $N(2, -1)$ 代入可得： $4 + 2b + 5 = -1$ ， $2b = -1 - 4 - 5$ ， $2b = -10$ ，解得 $b = -5$ 。所以原抛物线为 $y = x^2 - 5x + 5$ 。

设点 $A(x, x^2 - 5x + 5)$ ，则其“衍生点” $B(x, x + x^2 - 5x + 5) = (x, x^2 - 4x + 5)$ ，所以“派生抛物线”为 $y = x^2 - 4x + 5$ 。因为点 $P(p, q_1)$ 与点 $Q(p + 1, q_2)$ 在其“派生抛物线”上，所以 $q_1 = p^2 - 4p + 5$ ， $q_2 = (p + 1)^2 - 4(p + 1) + 5 = p^2 + 2p + 1 - 4p - 4 + 5 = p^2 - 2p + 2$ 。又因为 $q_1 \geq q_2$ ，则 $p^2 - 4p + 5 \geq p^2 - 2p + 2$ ， $p^2 - 4p + 5 - p^2 + 2p - 2 \geq 0$ ， $-2p + 3 \geq 0$ ， $2p \leq 3$ ，解得 $p \leq \frac{3}{2}$ 。……………（6分）

(3)因为点 $A(x, y)$ 的“衍生点”为 $B(-2, 2)$ ，所以 $x = -2, y = 2 - (-2) = 4$ ，即 $A(-2, 4)$ 。将 $A(-2, 4)$ 代入 $C_1: y = x^2 + bx + c$ 得： $4 - 2b + c = 4$ ，即 $b = \frac{c}{2}$ 。 $C_1: y = x^2 + \frac{c}{2}x + c$ ，其顶点 $r = -\frac{\frac{c}{2}}{2} = -\frac{c}{4}$ ， $s = \frac{4c - (\frac{c}{2})^2}{4} = \frac{4c - \frac{c^2}{4}}{4} = c - \frac{c^2}{16}$ 。设点 $A(x, x^2 + \frac{c}{2}x + c)$ ，则“衍生点” $B(x, x + x^2 + \frac{c}{2}x + c) = (x, x^2 + (\frac{c}{2} + 1)x + c)$ ，所以“派生抛物线” $C_2: y = x^2 + (\frac{c}{2} + 1)x + c$ ，其顶点 $m = -\frac{\frac{c}{2} + 1}{2} = -\frac{c}{4} - \frac{1}{2}$ ， $n = \frac{4c - (\frac{c}{2} + 1)^2}{4} = \frac{4c - (\frac{c^2}{4} + c + 1)}{4} = \frac{3c - \frac{c^2}{4} - 1}{4}$ 。当 $c = 0$ 时， $n = -\frac{1}{4}$ ；当 $c = 4$ 时， $n = \frac{3 \times 4 - \frac{4^2}{4} - 1}{4} = \frac{12 - 4 - 1}{4} = \frac{7}{4}$ 。因为二次函数 $n = \frac{3c - \frac{c^2}{4} - 1}{4}$ 的二次项系数 $-\frac{1}{16} < 0$ ，图象开口向下，所以当 $0 \leq c \leq 4$ 时， $-\frac{1}{4} \leq n \leq \frac{7}{4}$ 。……………（11分）