

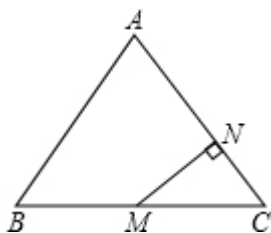
## 专题：中点的应用

### 一、遇等腰三角形底边上的中点，考虑等“三线合一”的性质

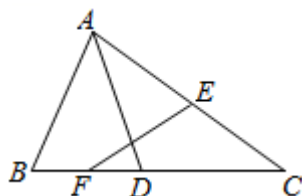
1.如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC=5$ ， $BC=6$ ，点 $M$ 为 $BC$ 的中点， $MN \perp AC$ 于点 $N$ ，则 $MN$ 等于\_\_\_\_\_.

2.如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 $D$ 在边 $BC$ 上， $AB=AD$ ，点 $E$ ，点 $F$ 分别是 $AC$ ， $BD$ 的中点， $EF=2.5$ 。则 $AC$ 的长为\_\_\_\_\_.

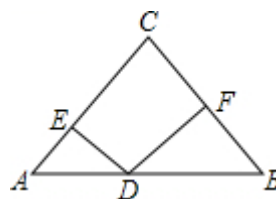
3.如图，在等腰三角形 $ABC$ 中， $AC=BC=5$ ， $AB=8$ ， $D$ 为底边上一动点（不与点 $A$ ， $B$ 重合）， $DE \perp AC$ ， $DF \perp BC$ ，垂足分别为 $E$ 、 $F$ ，则 $DE+DF=$ \_\_\_\_\_.



1 题图



2 题图



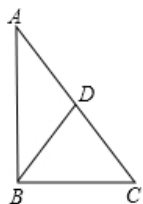
3 题图

### 二、遇直角三角形斜边上的中点，考虑用直角三角形“斜边上的中线，等于斜边的一半”

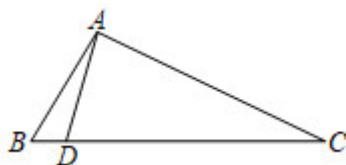
4.如图， $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ABC=90^\circ$ ， $D$ 为 $AC$ 的中点，若 $\angle C=55^\circ$ ，则 $\angle ABD=$ \_\_\_\_\_°.

5.如图，已知在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=25^\circ$ ，点 $D$ 在边 $BC$ 上，且 $\angle DAC=90^\circ$ ， $AB=\frac{1}{2}DC$ 。则 $\angle BAC$ 的度数为\_\_\_\_\_°.

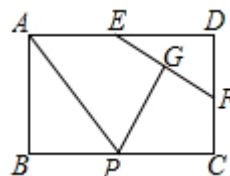
6如图，矩形 $ABCD$ 中， $AB=4$ ， $AD=6$ ，点 $E$ ， $F$ 分别为 $AD$ ， $DC$ 边上的点，且 $EF=4$ ，点 $G$ 为 $EF$ 的中点，点 $P$ 为 $BC$ 的中点，则 $PG$ 的最小值为\_\_\_\_\_.



4 题图



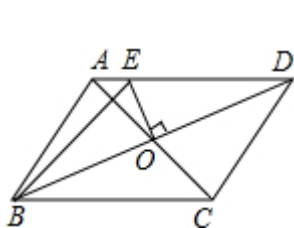
5 题图



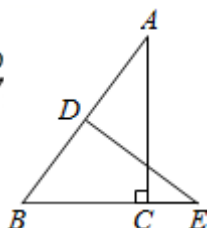
6 题图

### 三、遇过中点的垂线，考虑用垂直平分线的性质

7.如图，在周长为 20 厘米的平行四边形 $ABCD$ 中， $AB \neq AD$ ， $AC$ 、 $BD$ 相交于点 $O$ ， $OE \perp BD$ 交 $AD$ 于点 $E$ ，则 $\triangle ABE$ 的周长为\_\_\_\_\_.



7

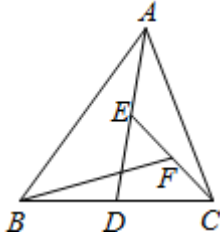


8

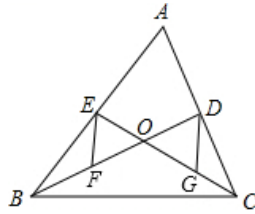
8.如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $BC=3$ ， $AC=4$ ， $AB$ 的垂直平分线 $DE$ 交 $BC$ 的延长线于点 $E$ ，则 $CE$ 的长为\_\_\_\_\_.

#### 四、中线等分面积

9.如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 $D$ 、 $E$ 、 $F$ 分别为 $BC$ 、 $AD$ 、 $CE$ 的中点. 若 $S_{\triangle BFC}=1$ ，则 $S_{\triangle ABC}=\underline{\hspace{2cm}}$ .



9 题图

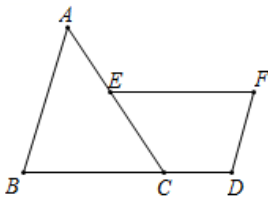


10 题图

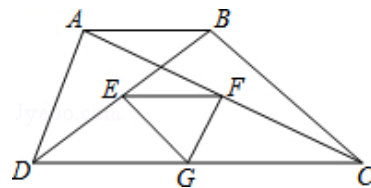
10.如图， $\triangle ABC$ 的中线 $BD$ 、 $CE$ 相交于点 $O$ ， $F$ 、 $G$ 分别是 $OB$ 、 $OC$ 的中点，若 $S_{\triangle ABC}=6$ ，求 $S_{\triangle DGC}=\underline{\hspace{2cm}}$ .

#### 五、遇上中点，考虑用三角形中位线的性质

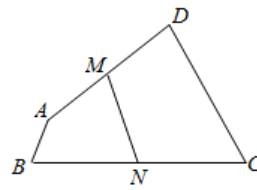
11. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，延长 $BC$ 至 $D$ ，使得 $CD=\frac{1}{2}BC$ ，过 $AC$ 中点 $E$ 作 $EF\parallel CD$ （点 $F$ 位于点 $E$ 右侧），且 $EF=2CD$ ，连接 $DF$ 。若 $AB=8$ ，则 $DF$ 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}$



11 题图



12 题图

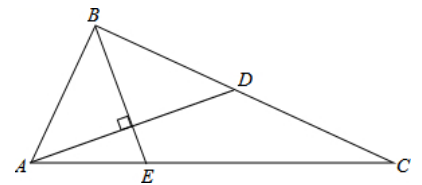


13 题图

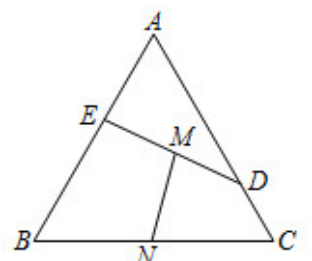
12 如图，四边形 $ABCD$ 中， $AB\parallel CD$ ， $AB=5$ ， $DC=11$ ， $AD$ 与 $BC$ 的和是 $12$ ，点 $E$ 、 $F$ 、 $G$ 分别是 $BD$ 、 $AC$ 、 $DC$ 的中点，则 $\triangle EFG$ 的周长是 $\underline{\hspace{2cm}}$

13.如图，四边形 $ABCD$ 中， $AB=1$ ， $CD=4$ ， $M$ 、 $N$ 分别是 $AD$ 、 $BC$ 的中点，则线段 $MN$ 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$

14.如图所示，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC$ 的平分线 $BE$ 与 $BC$ 边的中线 $AD$ 垂直且相等，已知 $BE=AD=4$ ，求 $\triangle ABC$ 三边之长.



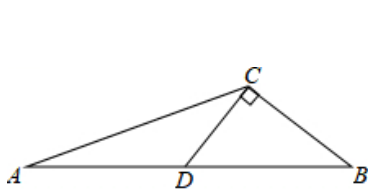
15. 如图，在等边 $\triangle ABC$ 中， $D$ 、 $E$ 分别是边 $AC$ 、 $AB$ 上的一点，且 $CD=2$ ， $BE=4$ ， $M$ 、 $N$ 分别为 $ED$ 、 $BC$ 的中点，连接 $MN$ ，求 $MN$ 的值.



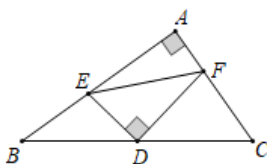
## 六、倍长中线

16.如图,在 $\triangle ABC$ 中,  $\angle ACB=120^\circ$ ,  $BC=4$ ,  $D$ 为 $AB$ 的中点,  $DC \perp BC$ , 则 $\triangle ABC$ 的面积是\_\_\_\_\_.

17.如图,在 $\triangle ABC$ 中,  $\angle A=90^\circ$ , 点 $D$ 是边 $BC$ 的中点, 点 $E$ 在边 $AB$ 上, 过点 $D$ 作 $DF \perp DE$ 交边 $AC$ 于点 $F$ , 连接 $EF$ , 已知 $BE=4$ ,  $CF=5$ , 则 $EF$ 的长为\_\_\_\_\_.



16 题图

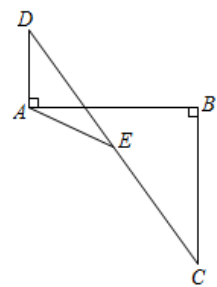


17 题图

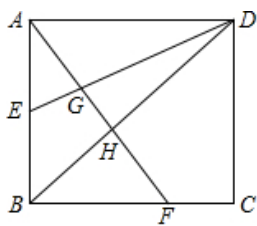
## 七、类中线 (与中点有关的线段), 构造全等三角形

20.如图,  $AB=12$ ,  $AD \perp AB$  于点  $A$ ,  $BC \perp AB$  于点  $B$ ,  $AD=5$ ,  $BC=10$ . 点  $E$  是  $CD$  的中点. 则  $AE$  的长为\_\_\_\_\_.

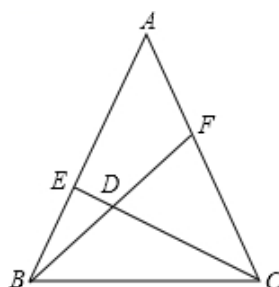
21. 如图, 在矩形  $ABCD$  中,  $E$  为  $AB$  的中点, 点  $F$  在  $BC$  上, 且  $BF=2FC$ ,  $AF$  与  $DE$ ,  $DB$  分别相交于点  $G$ ,  $H$ , 则  $\frac{GH}{AF}$  的值为\_\_\_\_\_.



20 题图



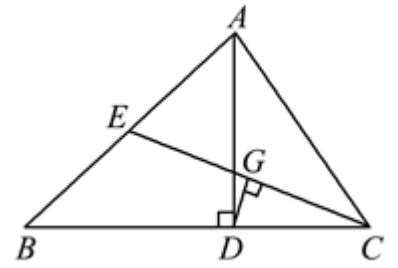
21 题图



22 题图

23.如图, 在 $\triangle ABC$ 中,  $AD$ 是 $BC$ 边上的高线,  $CE$ 是 $AB$ 边上的中线,  $DG \perp CE$ 于点 $G$ ,  $CD = AE$ .

(1)求证:  $CG = EG$ ; (2)已知 $BC = 13$ ,  $CD = 5$ , 连接 $ED$ , 求 $\triangle EDC$ 的面积.



24.如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为4,  $E$ 是线段 $AB$ 延长线上一动点, 连接 $CE$ .

(1)如图1, 过点 $C$ 作 $CF \perp CE$ 交线段 $DA$ 于点 $F$ . 求证:  $CF = CE$ ;

(2)在(1)的条件下, 设线段 $EF$ 的中点为 $M$ , 探索线段 $BM$ 与 $AF$ 的数量关系, 并用等式表示;

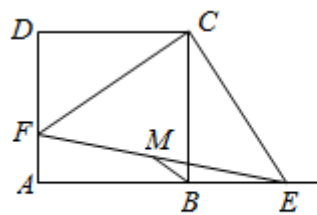


图1

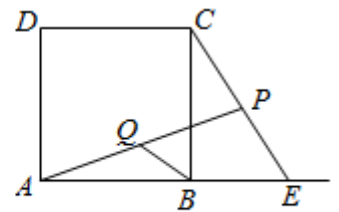


图2