

数学试题参考答案

一、选择题 (每题 4 分, 共 40 分)

1-5 C B D B D 6-10 C D B A A

二、填空 (每题 4 分, 共 20 分)

11. $\sqrt{2}$ 12. 50° 13. $(-1, 2)$ 14. -35 15. $(\frac{27}{4}, 3)$

16. (1) 解: 原式 = $2\sqrt{3} - 1 + 4$3 分

$= 2\sqrt{3} + 3$4 分

(2) 解: 原式 = $\frac{(a-1)^2}{(a+1)(a-1)} \div (\frac{a+1}{a+1} - \frac{3}{a+1})$ 2 分

$$= \frac{a-1}{a+1} \div \frac{a-2}{a+1}$$

$= \frac{a-1}{a+1} \cdot \frac{a+1}{a-2}$3 分

$= \frac{a-1}{a-2}$4 分

当 $a=0$ 时, 原式 = $\frac{1}{2}$ 或当 $a=3$ 时, 原式 = 2.....6 分

17. (1) 四边形 $AEHF$ 是菱形.....1 分

证明: $\because AH$ 平分 $\angle DAC$

$\therefore \angle FAH = \angle EAH$ 2 分

$\because EF$ 垂直平分 AH

$\therefore AF = FH, AE = EH$3 分

$\therefore \angle FAH = \angle FHA, \angle EAH = \angle EHA$

$\therefore \angle FAH = \angle EAH = \angle FHA = \angle EHA$

$\therefore AF \parallel EH, AE \parallel FH$

\therefore 四边形 $AEHF$ 是平行四边形.....4 分

又 $\because AF = FH \therefore$ 平行四边形 $AEHF$ 是菱形.....5 分

(2) 解: \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $BC=5\sqrt{3}$

$\therefore AD=BC=5\sqrt{3}$6 分

$$\because \frac{CH}{HD} = \frac{3}{2} \therefore \frac{CH}{CD} = \frac{3}{5} \quad \because AF \parallel EH \therefore \angle CHE = \angle D$$

$\therefore \angle ECH = \angle ACD$

$\therefore \triangle CEH \sim \triangle CAD$8 分

$$\therefore \frac{EH}{AD} = \frac{CH}{CD} \therefore \frac{EH}{5\sqrt{3}} = \frac{3}{5} \therefore EH = 3\sqrt{3}$$

$\because AEHF$ 是菱形

$\therefore FH = EH = 3\sqrt{3}$10 分

18. 解: 设一次函数的表达式为 $y = kx + b$

\because 当 $x = 20$ 时, $y = 14$; $x = 30$ 时, $y = 16$

$$\therefore \begin{cases} 20k + b = 14 \\ 30k + b = 16 \end{cases} \therefore \begin{cases} k = 0.2 \\ b = 10 \end{cases} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$\therefore y$ 与 x 之间的函数关系式为 $y = 0.2x + 10$ 4 分

(2) 该项低碳打印的基础服务费为 10 元, 打印一张环保再生纸的价钱为 0.2 元.....6 分

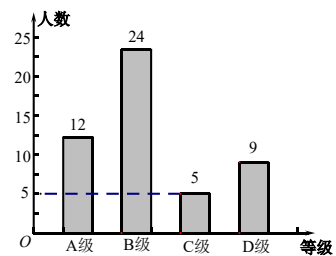
(3) 解: 当 $y \leq 230$ 时, $0.2x + 10 \leq 230 \therefore x \leq 1100$

因此, 最多可以打印 1100 张环保再生纸宣传资料.....10 分

19. 解: (1) $a = 9$,2 分

$b = 8.5$ 4 分

七年级竞赛成绩统计图补充完整如下:6 分



(2) 七年级成绩更好, 理由如下:

在平均数相同的情况下，七年级的方差小于八年级的方差，所以七年级成绩较稳定，成绩更好. (答案合理即可)9分

$$(3) 500 \times \frac{12+24}{50} + 600 \times (44\%+6\%) = 660 \text{ (人)},$$

答：估计该校七、八年级参加本次知识竞赛的学生中，成绩优秀的学生共有 660 人.12分

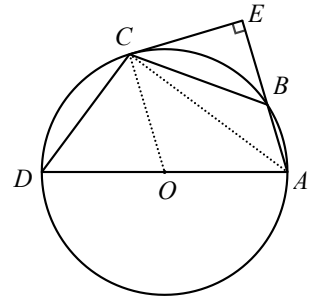
20. (1) 证明：连 OC, AC .

$$\because \widehat{BC} = \widehat{CD} \quad \therefore \angle DAC = \angle EAC \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\because OC = OA \quad \therefore \angle DAC = \angle OCA \quad \therefore \angle EAC = \angle OCA$$

$$\therefore OC \parallel AF, \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\because CE \perp AB \quad \therefore OC \perp CE \quad \text{因此, } CE \text{ 为 } \odot O \text{ 的切线} \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$



$$(2) \text{ 解: } \because \widehat{BC} = \widehat{CD}, BC=8, \quad \therefore BC=CD=8$$

$$\because AD \text{ 为 } \odot O \text{ 的直径, } CE \perp AB \quad \therefore \angle CEB = \angle ACD = 90^\circ \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

\therefore 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$

$$\therefore \angle CBE = \angle D \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\therefore \triangle EBC \sim \triangle CDA \quad \therefore \frac{BE}{DC} = \frac{BC}{AD} \quad \text{即 } \frac{BE}{8} = \frac{8}{17},$$

$$\therefore BE = \frac{64}{17}, \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

21. (1) 过点 A 作 $AF \perp CB$ 于点 F ,

在 $\text{Rt}\triangle ABF$ 中, $AB=4, \angle BAF=30^\circ$

$$\because \cos \angle BAF = \frac{AF}{AB},$$

$$\therefore AF = AB \cdot \cos 30^\circ = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$\approx 2 \times 1.73 = 3.46 \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

\therefore 四边形 $ADCF$ 是矩形

$$\therefore CD = AF \approx 3.46 \approx 3.5$$

答：两根立柱之间水平间的距离 CD 为 3.5 米.....5 分

(2) 在 $\text{Rt} \triangle ABF$ 中, $\angle BAF = 30^\circ$, $AB = 4$

$$\therefore \sin \angle BAF = \frac{BF}{AB}$$

$$\therefore BF = 4 \times \frac{1}{2} = 2 \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\therefore BC = 1.5$$

$$\therefore CF = 2 + 1.5 = 3.5 \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

\therefore 四边形 $ADCF$ 是矩形

$$\therefore AD = CF = 3.5$$

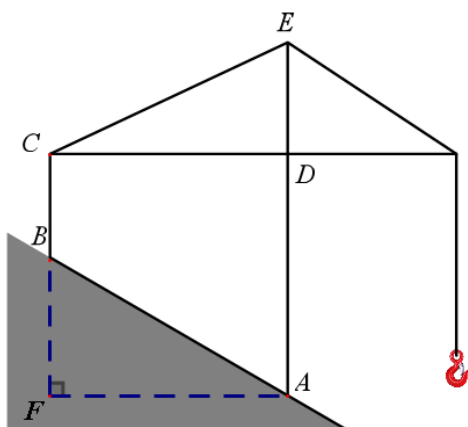
在 $\text{Rt} \triangle CDE$ 中, $\angle ECD = 22^\circ$, $CD = 3.46$

$$\tan \angle ECD = \frac{DE}{CD}$$

$$\therefore DE = CD \cdot \tan 22^\circ \approx 3.46 \times 0.40 \approx 1.38 \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\therefore AE = 3.5 + 1.38 = 4.88 \approx 4.9$$

答：较长竖直立柱 AE 的高度为 4.9 米.....11 分



22. (1) 解：当 $a = 2$ 时, $y_1 = x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2 \therefore$ 顶点坐标为 $(2, 0)$3 分

(2) 解: 点 $A(a-2, p)$ 关于抛物线对称轴的对称点为 $A'(a+2, p)$ 4 分

由题意知 $a+2 < 2$ 或 $a-2 > 3$ $\therefore a < 0$ 或 $a > 5$ 8 分

(3) $\because 1 \leq x \leq m$ 时, 总有 $y_1 \leq y_2$ 且 m 最大

\therefore 抛物线 $y_1 = x^2 - 2ax + a^2$ 过点 $(1, 4)$

$\therefore 1 - 2a + a^2 = 4 \therefore a_1 = 3, a_2 = -1$ (舍去)11 分

当 $a = 3$ 时, $x^2 - 6x + 9 = 4x \therefore x_1 = 1, x_2 = 9$

因此 m 最大值为 913 分

23.

操作一: 证明: 由题意知: $AE = AF, \angle BAC = \angle EAF \therefore \angle BAE = \angle MAF$ 1 分

\because 四边形 $ABCD$ 为矩形, $FM \perp AC \therefore \angle B = \angle AMF = 90^\circ$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle AMF (AAS)$

$\therefore AM = AB$ 3 分

操作二: 解: 由题意知: $AE = AG, \angle BCA = \angle EAG$,

$\because \angle BEA = \angle BCA + \angle CAE, \angle NAG = \angle EAG + \angle CAE \therefore \angle BEA = \angle NAG$

\because 四边形 $ABCD$ 为矩形, $GN \perp AC \therefore \angle B = \angle ANG = 90^\circ$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle GNA (AAS) \therefore BE = AN$ 5 分

$\therefore BE + MN = AN + MN = AM$ 由操作一知 $AM = AB = 8$

$\therefore BE + MN = 8$ 7 分

操作三：解：

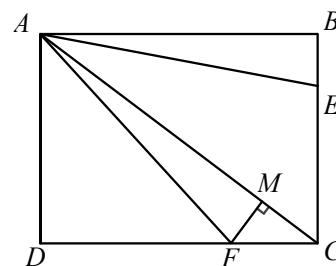
情况一，如图，过点 F 作 $FM \perp AC$ ，垂足为 M.

由操作一知： $AB = AM = 8, BE = MF$

$\because \angle B = 90^\circ, AB = CD = 8, AD = 6$

$\therefore AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = 10 \quad \therefore CM = AC - AM = 10 - 8 = 2$

$\therefore \tan \angle ACD = \frac{MF}{CM} = \frac{AD}{CD} \quad \therefore \frac{MF}{2} = \frac{6}{8} \quad \therefore BE = MF = \frac{3}{2}$ 10 分



情况二，如图， $\because AE = AF, \angle EAF = \angle BAC$

$\therefore \angle AFC = \angle AEF, \angle FAC = \angle BAE$

$\because AB \parallel CD \quad \therefore \angle BAE = \angle AEF \quad \therefore \angle AFC = \angle FAC$

$\therefore CF = AC = 10, \because CD = 8, \therefore DF = 2$

$\because AE = AF, AD \perp CF \quad \therefore DF = DE = 2 \quad \therefore CE = 6$

$\because BC = 6, \angle BCE = 90^\circ \quad \therefore BE = \sqrt{BC^2 + CE^2} = 6\sqrt{2}$

综上所述， $BE = \frac{3}{2}$ 或 $6\sqrt{2}$ 13 分

