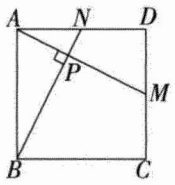
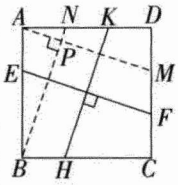
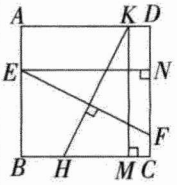
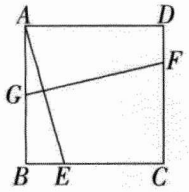
微专题九　“十字架”模型

模型一　遇正方形中垂直“十字架”：长度相等

基本图形	模型结论	共同特征
	$\triangle ADM\cong\triangle BAN$，$AM=BN$	若正方形内部存在互相垂直的“十字架”，则“十字架”长度相等
	将 AM，BN 进行平移，易得 $HK=BN=AM=EF$，则 $\frac{HK}{EF}=1$	
	$\triangle ENF\cong\triangle KMH$，$EF=HK$	

模型应用

1. 如图，正方形 $ABCD$ 中，E 为 BC 边上一点，连接 AE，作 AE 的垂直平分线交 AB 于点 G，交 CD 于点 F. 若 $BG=2BE$，则 $DF:CF$ 的长为（　　）

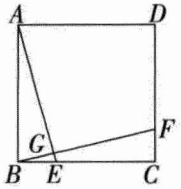


A. $\frac{\sqrt{5}-1}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{5}+1}{8}$

C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　D. $\frac{2}{5}$

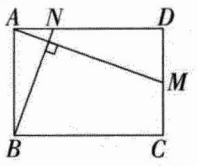
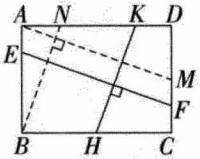
2. 如图，正方形 $ABCD$ 中，E，F 分别为 BC，CD 上的点，且 $AE\perp BF$，垂足为 G.

(1)求证：$AE=BF$；



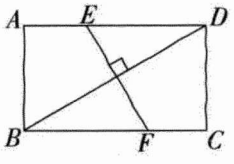
(2)若 $BE=\sqrt{3}$，$AG=2$，求正方形的边长.

模型二　遇矩形中垂直“十字架”：长度之比等于邻边之比

基本图形	模型结论	共同特征
	$\triangle ABN\backsim\triangle DAM$，故 $\frac{BN}{AM}=\frac{AB}{DA}$	若矩形的四条边上存在互相垂直的十字架，则十字架长度之比等于矩形邻边之比
	将 AM，BN 进行平移，易得 $BN=HK$，$AM=EF$，则 $\frac{HK}{EF}=\frac{AB}{AD}$	

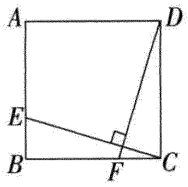
模型应用

3. 如图，矩形 $ABCD$ 中，$AB=6$，$BC=8$，对角线 BD 的垂直平分线 EF 交 AD 于点 E，交 BC 于点 F，则线段 EF 的长为_____.



4. 有如下题目及答案：

如图，在正方形 $ABCD$ 中，$CE \perp DF$. 求证：$CE=DF$.



证明：设 CE 与 DF 交于点 O，

∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴$\angle B=\angle DCF=90°$，$BC=CD$.

∴$\angle BCE+\angle DCE=90°$.

∵$CE \perp DF$，∴$\angle COD=90°$.

∴$\angle CDF+\angle DCE=90°$.

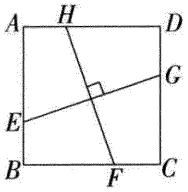
∴$\angle CDF=\angle BCE$.

∴$\triangle CBE \cong \triangle DCF$，

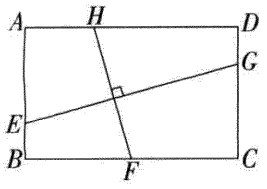
∴$CE=DF$.

某数学兴趣小组在完成了以上解答后，决定对该问题进一步探究.

(1)【问题探究】如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 E，F，G，H 分别在线段 AB，BC，CD，DA 上，且 $EG \perp FH$. 试猜想 $\dfrac{EG}{FH}$ 的值，并证明你的猜想.



(2)【知识迁移】如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=m$，$BC=n$，点 E，F，G，H 分别在线段 AB，BC，CD，DA 上，且 $EG \perp FH$，则 $\dfrac{EG}{FH}=$_____.



(3)【拓展应用】如图，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle DAB=90°$，$\angle ABC=60°$，$AB=BC$，点 E，F 分别在线段 AB，AD 上，且 $CE \perp BF$. 求 $\dfrac{CE}{BF}$ 的值.

