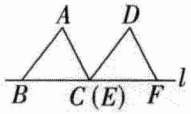
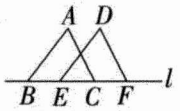
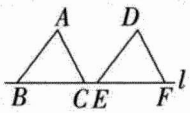
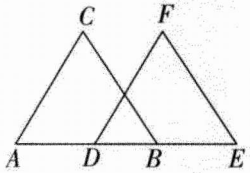
微专题五　全等三角形中的常考模型

模型一　平移模型

模型展示			
模型特点	沿某一直线(l)平移,其中一个三角形可与另一个三角形完全重合		
解题思路	(1)加(减)共线部分,得对应边相等; (2)利用平行线性质找对应角相等		

模型应用

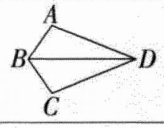
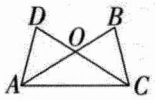
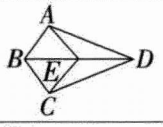
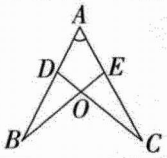
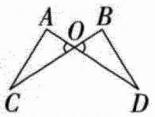
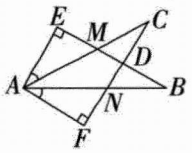
1. (2024·内江)如图,点 A、D、B、E 在同一条直线上,$AD=BE$,$AC=DF$,$BC=EF$.



(1)求证:$\triangle ABC\cong\triangle DEF$;

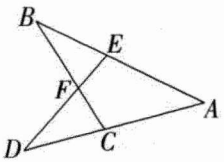
(2)若$\angle A=55°$,$\angle E=45°$,求$\angle F$ 的度数.

模型二　轴对称模型

模型展示	有公共边		
			
	有公共顶点		
			
模型特点	将所给图形沿某条直线折叠,直线两边的部分能完全重合		
解题思路	(1)找公共边、中点、相等的边、线段的和差、等腰三角形等条件得到对应边相等; (2)找公共角、垂直、对顶角、角的和差、等腰三角形的底角等条件得到对应角相等		

模型应用

2. 如图,$EF=CF$,$BF=DF$,则下列结论错误的是(　　)



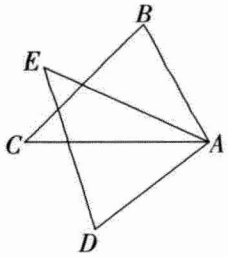
A. $\triangle BEF\cong\triangle DCF$

B. $\triangle ABC\cong\triangle ADE$

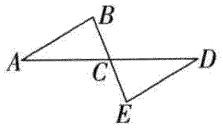
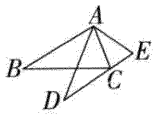
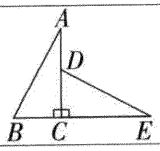
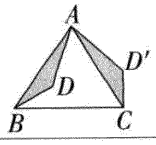
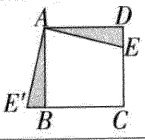
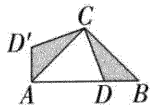
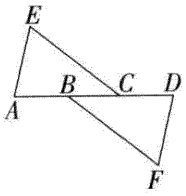
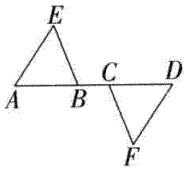
C. $AB=AD$

D. $DC=AC$

3. 如图,$AB=AD$,$AC=AE$,$\angle BAE=\angle DAC$,$\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 全等吗?请你说出理由.

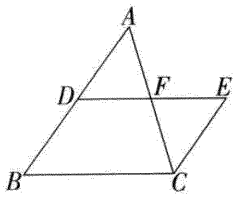


模型三 手拉手模型

<table>
<tr><td rowspan="4">模型展示</td><td colspan="3">共顶点</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td colspan="3">不共顶点</td></tr>
<tr><td colspan="2">
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>模型特点</td><td colspan="3">(1)共顶点:将所给三角形绕该点旋转,能与另一个三角形完全重合;
(2)不共顶点:将所给三角形绕某一点旋转后再平移,能与另一个三角形完全重合</td></tr>
<tr><td>解题思路</td><td colspan="3">(1)共顶点:加(减)共顶点的公共角,可得到一组对应角相等;
(2)①将所给三角形绕某一点旋转,可得到有一组边共线的两个三角形,将这组边加(减)公共线段,构造对应边相等;
②利用平行线性质找对应角相等</td></tr>
</table>

模型应用

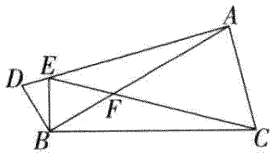
4. 如图,F 是$\triangle ABC$ 的边 AC 的中点,点 D 在 AB 上,连接 DF 并延长至点 E,使得 $DF=EF$,连接 CE. 求证:$\triangle ADF\cong\triangle CEF$.



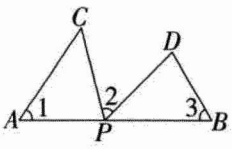
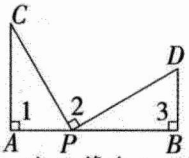
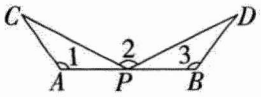
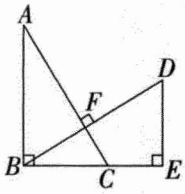
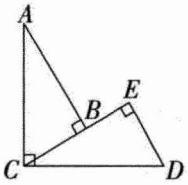
5. 如图,在等腰$\triangle ABC$ 中,$BA=BC$,点 F 在 AB 边上,延长 CF 交 AD 于点 E,$BD=BE$,$\angle ABC=\angle DBE$.

(1)求证:$AD=CE$;

(2)若$\angle ABC=30°$,$\angle AFC=45°$,求$\angle EAC$ 的度数.



模型四 一线三等角模型

模型展示	点 P 在线段 AB 上，已知 $\angle 1=\angle 2=\angle 3$，$AP=BD$.  锐角一线三等角  直角一线三等角(一线三垂直)  钝角一线三等角
模型特点	一线：经过三个等角顶点的直线(AB)； 三等角：$\angle 1=\angle 2=\angle 3$
拓展模型 (三垂直型)	 

模型应用

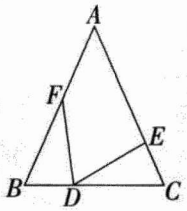
6. 如图，在$\triangle ABC$中，$\angle A=50°$，$\angle B=\angle C$，点D，E，F分别在边BC，CA，AB上，且满足$BF=CD$，$BD=CE$，$\angle BFD=30°$，则$\angle FDE$的度数为 ( )

A. 75°

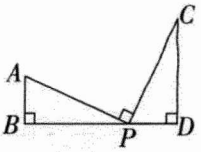
B. 80°

C. 65°

D. 95°



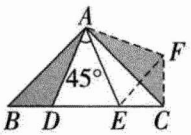
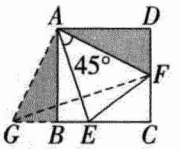
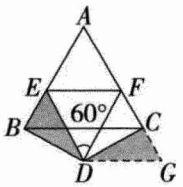
7. 如图，$AB\perp BD$，$CD\perp BD$，当点P满足$PA=PC$，$\angle APC=90°$时，若$AB=2$，$\tan\angle APB=\frac{1}{2}$，则$BD=$ ( )



A. 8　　B. 7

C. 6　　D. 5

模型五 半角模型

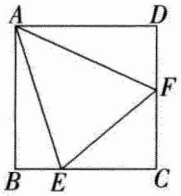
类型	模型展示	模型特点
等腰直角三角形含45°		①$\triangle AED\cong\triangle AEF$； ②$\triangle CFE$为直角三角形； ③$BD^2+CE^2=DE^2$
正方形含45°		①$\triangle AEF\cong\triangle AEG$； ②$\triangle AGF$为等腰直角三角形； ③$EF=BE+DF$
120°等腰三角形含60°($\angle A=60°$)		①$\triangle DEF\cong\triangle DGF$； ②$EF=BE+CF$
以上三种半角模型均可通过旋转一定角度将半角两边的两个三角形拼接在一起，构造的三角形与半角所在的三角形全等，得出线段的数量关系		

模型应用

8. 如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 E，F 分别在边 BC，CD 上，分别连接 EF，AE，AF，$\angle EAF=45°$.

求证：(1) $EF=BE+DF$；

(2) FA 平分 $\angle EFD$.



9. 如图，$\triangle ABC$ 是边长为 1 的等边三角形，$\triangle BDC$ 是顶角 $\angle BDC=120°$ 的等腰三角形，以 D 为顶点作一个 $60°$ 的角，角的两边分别交 AB，AC 于点 M，N，连接 MN. 求 $\triangle AMN$ 的周长.

