

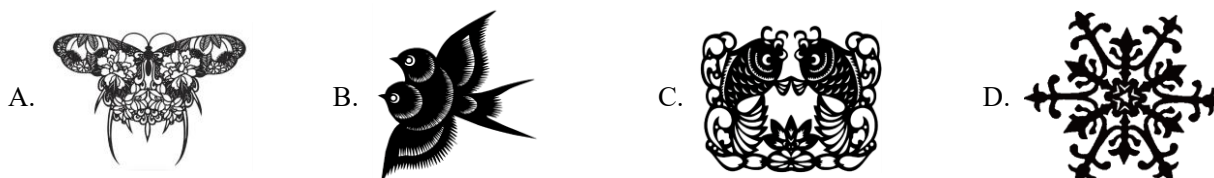
九年级数学综合素养检测（三）

一. 选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分，每小题只有一个选项符合要求.

1. 四个有理数 -3 、 -1 、 0 、 2 ，其中比 -2 小的有理数是（ ）

- A. -3 B. -1 C. 0 D. 2

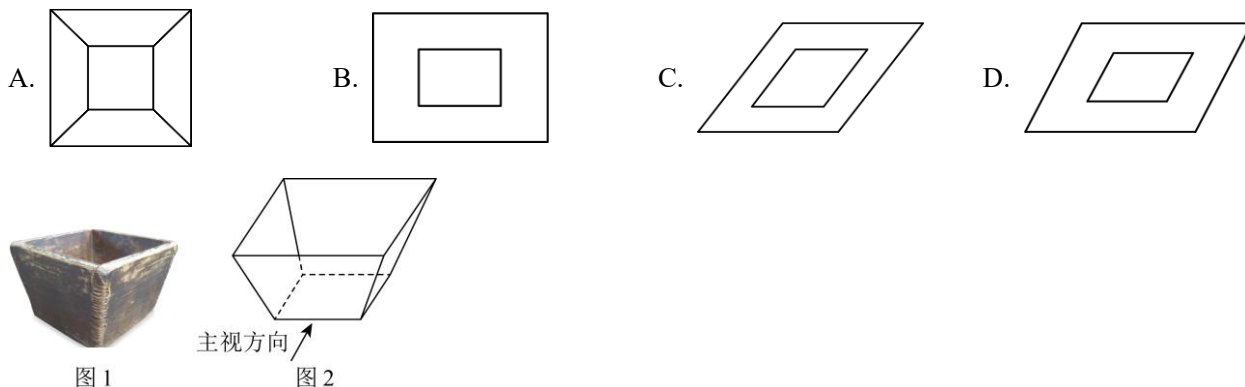
2. 剪纸艺术是最古老的中国民间艺术之一，新春佳节即将到来，赵大妈亲手剪制了如下四幅作品烘托节日气氛，其图形属于中心对称图形的是（ ）



3. 在中国科研团队的努力下，氮化镓量子光源芯片问世，将芯片输出波长最大值从 0.0000000256m 扩展至原来的 4 倍左右. 将 0.0000000256 用科学记数法表示应为（ ）

- A. 2.56×10^{-9} B. 2.56×10^{-8} C. 0.256×10^{-9} D. 0.256×10^{-8}

4. 《多收了三五斗》是我国著名作家叶圣陶创作的短篇小说，文中的“斗”是我国古代称量粮食的器具. 如图1 是一个口大底小无盖方形的“斗”，将它按图2 方式摆放后的俯视图为（ ）.

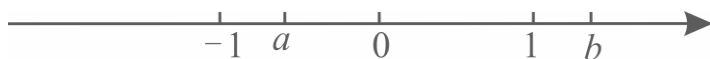


4

5. 下列运算正确的是（ ）

- A. $3a^2 \cdot 2a^3 = 6a^6$ B. $(6ab + a) \div a = 6b$ C. $(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$ D. $(-a)^3 \div (-a)^2 = a$

6. a ， b 为有理数，它们在数轴上对应点 位置如图所示，下面四个结论中正确的是（ ）



- A. $a+b < 0$ B. $ab > 0$ C. $|a-b| = a-b$ D. $-a > -b$

7. 一组数据 5 ， 8 ， 12 ， x ， 15 的平均数为 y ，则 y 关于 x 的函数关系式为（ ）

- A. $y = \frac{1}{5}x + 5$ B. $y = x + 40$ C. $y = \frac{1}{5}x + 40$ D. $y = \frac{x}{5} + 8$

8. 已知二次函数 $y = (x-3)(x+1)$ ，当 $0 < x < 4$ 时，则 y 的取值范围是（ ）

- A. $-3 < y < 5$ B. $-4 \leq y < 5$ C. $-4 \leq y < -3$ D. $-4 \leq y \leq 5$

9. 根据下列表格中的信息， y 代表的分式可能是（ ）

x	\cdots	-2	-1	0	1	2	\cdots
y	\cdots	0	无意义	$*$	$*$	$*$	\cdots

- A. $\frac{x-1}{x+2}$ B. $\frac{x+2}{x+1}$ C. $\frac{x+2}{x-1}$ D. $\frac{x-2}{x+1}$

10. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数且 $a < 0$) 过 $(-1, 0)$ 和 $(m, 0)$ 两点，且 $3 < m < 4$ ，下列四个结论：

- ① $c > 0$ ；
 ② $1 < -\frac{b}{2a} < \frac{3}{2}$ ；
 ③ 若关于 x 的方程 $a(x+1)(x-m) = 3$ 有实数根，则 $4ac - b^2 \geq 12a$ ；
 ④ 若抛物线过点 $(1, 4)$ ，则 $-1 < a < -\frac{2}{3}$ 。

其中，正确结论的个数是（ ）

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二. 填空题：本题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分.

11. 因式分解： $-a + 2a^2 - a^3 =$ _____.

12. 方程 $\frac{x-3}{1-x} - 1 = \frac{2x}{x-1}$ 的解为_____.

13. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 6x + m = 0$ 的两根为 x_1, x_2 且 $x_1 = 2x_2$ ，则 m 的值是_____.

14. 一个两位数，十位数字比个位数字的 2 倍大 1. 若这个两位数减去 36 恰好等于个位数字与十位数字对调后所得的两位数，设十位数字是 x ，个位数字是 y ，则列方程为_____.

15. 在平面直角坐标系中，对于点 $P(x, y)$ ，我们把点 $P'(-y+1, x+1)$ 叫作点 P 的“相伴点”. 已知点 A_1 的“相伴点”为 A_2 ，点 A_2 的“相伴点”为 A_3 ，点 A_3 的“相伴点”为 A_4 ，……，这样依次得到点 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$. 若点 A_1 的坐标为 $(2, 3)$ ，则点 A_{2025} 的坐标为_____.

九年级数学综合素养监测（三）

姓名：_____ 班级：_____ 成绩：_____

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

11、_____ 12、_____

13、_____ 14、_____

15、_____

三. 解答题：本题共 8 小题，共 90 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

16. 计算 (1) $-2^2 - \sqrt{12} + |1 - 4\sin 60^\circ| + \left(\pi - \frac{22}{7}\right)^0$; (2) 解不等式组:
$$\begin{cases} 2x - 5 < 3(x - 1) \\ \frac{4}{3}x + 1 \leq 3 - \frac{2x}{3} \end{cases}$$

17. 先化简，再求值：(1) $\left(x + 2 + \frac{4}{x-2}\right) \div \frac{x^3}{x^2 - 4x + 4}$ ，其中 x 是满足条件 $x \leq 2$ 的合适的非负整数。

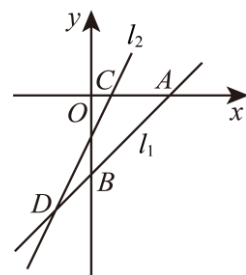
(2) $\left[(x+2y)(x-2y) - (x-2y)^2\right] \div (-2y)$ ，其中 $x = -1$ ， $y = -\frac{3}{2}$ 。

18. 定义：一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$ 且 $b \neq 0$) 和一次函数 $y = -bx - k$ 为“逆反函数”，如 $y = 3x + 2$ 和 $y = -2x - 3$ 为“逆反函数”。如图，一次函数 $l_1: y = x - 2$ 的图象分别交 x 轴、 y 轴于点 A 、 B 。

(1) 请写出一次函数 l_1 的“逆反函数” l_2 的解析式_____；点 $C(a, 0)$ 在 l_2 的函数图象上，则 a 的值是_____。

(2) 一次函数 l_1 图象上一点 $D(m, n)$ 又是它的“逆反函数” l_2 图象上的点，

①求出点 D 坐标；②求出 $\triangle ACD$ 的面积。



19. 某商店经销甲、乙两种坚果，其中甲坚果每盒进价比乙坚果多 8 元，甲、乙坚果每盒售价分别是 68 元和 50 元，若该商场用 2400 元购进甲坚果和用 2000 元购进乙坚果数量一样多.

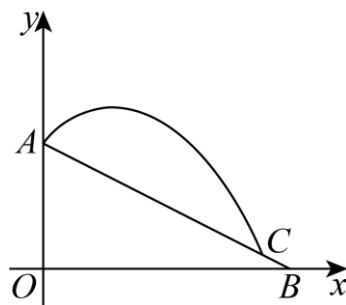
(1) 求出甲、乙坚果每盒的进价分别为多少元？

(2) 若超市共购进了甲、乙两种坚果 100 盒，其中乙坚果数量不小于甲坚果数量的 $\frac{3}{4}$ ，在两种坚果全部售完的情况下，求总利润的最大值？

20. 护林员在一个斜坡上的点 A 处安装自动浇灌装置（其高度忽略不计）为坡地 AB 进行浇灌， $OA = 10\text{m}$ ，点 A 处的自动浇灌装置喷出的水柱呈抛物线形，已知水柱在距出水口 A 的水平距离为 6m 时，达到距离地面 OB 的竖直高度的最大值为 13m，设喷出的水柱距出水口的水平距离为 $x(\text{m})$ ，距地面的竖直高度为 $y(\text{m})$ ，以坡底 B 所在的水平方向为 x 轴，A 处所在的竖直方向为 y 轴建立平面直角坐标系，原点为 O，如图所示. 经过测量，可知斜坡 AB 的函数表达式近似为 $y = -\frac{1}{2}x + 10$. (1) 求图中水柱所在抛物线的函数表达式；

(2) 若该装置浇灌的最远点 C 离地面的竖直高度为 1m，求此时喷到 C 处的水柱距出水口的水平距离；

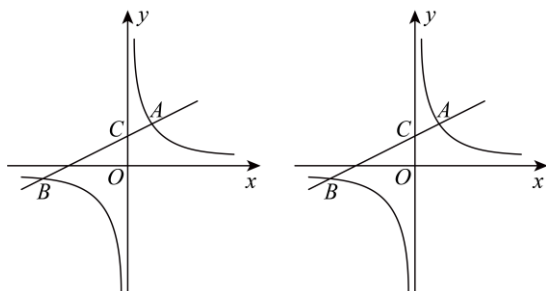
(3) 给该浇灌装置安装一个支架，可调节浇灌装置的高度，则水柱恰好可以覆盖整个坡地 AB 时，安装的支架的高度为多少米？



21. 如图，已知一次函数 $y = \frac{3}{4}x + 3$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象交于 $A(4, m)$, B 两点，交 y 轴于点 C.

(1) 求反比例函数的表达式和点 B 的坐标.

(2) 过点 C 的直线交 x 轴于点 E，与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象只有一个交点. ①求点 E 坐标；②求 CE 的长度.



备用图

22. 【问题提出】在数学兴趣小组的研讨中，小蒙提出了自己遇到的问题：解不等式 $x^2 < \frac{1}{x}$.

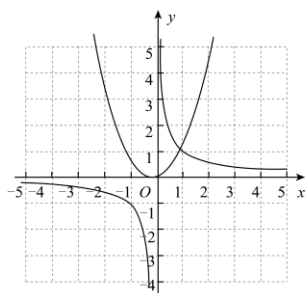


图1

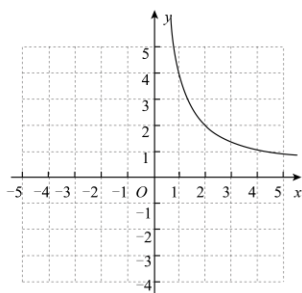


图2

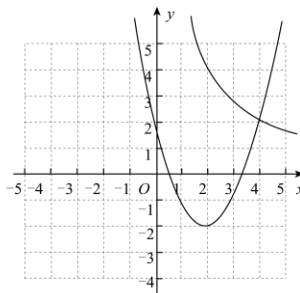


图3

【问题探究】数学老师启发小蒙从函数的角度解决这个问题：

如图 1，在平面直角坐标系中，分别画出函数 $y = x^2$ 和函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象，从函数角度看，解不等式 $x^2 < \frac{1}{x}$ 相当于求抛物线 $y = x^2$ 在双曲线 $y = \frac{1}{x}$ 下方的点的横坐标的取值范围.

(1) 观察图 1，可知两个图象的交点坐标为_____，所以 $x^2 < \frac{1}{x}$ 的解为_____.

【类比探究】受此启发，小蒙尝试解不等式 $\frac{4}{x} + x - 5 > 0$ ，经过分析，小蒙发现需要借助函数 $y = \frac{4}{x}$ 和函数_____的图象来求解.

(2) 请先完成上面的填空，再在图 2 中画出相应的函数图象，写出不等式 $\frac{4}{x} + x - 5 > 0$ 的解集并说明理由.

【拓展应用】小蒙想借助函数图象进一步研究不等式，于是尝试解不等式组
$$\begin{cases} \frac{8}{x} - 2x < 0 \\ x^2 - 4x + 2 - \frac{8}{x} < 0 \end{cases}$$
 并进行了一些准备，如图 3 所示.

备，如图 3 所示.

(3) 请根据小蒙 思路分析，直接写出该不等式组的解集.

23 已知，抛物线 $y = ax^2 - 3ax - 3a + 1 (a < 0)$ 与 y 轴交于点 A ，过点 A 作 $AB \parallel x$ 轴，与抛物线交于点 B 。

(1) 若抛物线经过点 $(-1, 0)$ ；①点 B 的坐标为_____；

②当 $t-1 \leq x \leq t$ 时，抛物线取得最大值为 $\frac{9}{4}$ ，求 t 的值；

(2) 若点 $E(m+1, y_1)$ ， $F(m-1, y_2)$ 在抛物线上，且 $y_1 < y_2$ ，求 m 取值范围；

(3) 已知，点 $G(1, 3)$ ， $H(3, 3)$ ，若抛物线与线段 GH 有且只有一个交点（不含端点 G 、 H ），请直接写出 a 的取值范围。