模拟组卷 3

1．已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$（a，b，c 是常数），开口向上，过 $A(1,0)$，$B(m,0)$ 两点，且 $-2<m<-1$．下列四个结论中正确的结论有（　　）

①$b>0$；

②若 $m=-\frac{4}{3}$ 时，则 $6a+5c=0$；

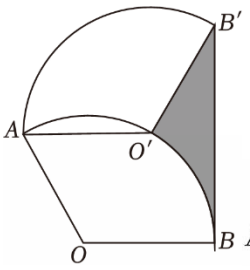
③若点 $M(x_1,\ y_1)$，$N(x_2,\ y_2)$ 在抛物线上 $x_1<x_2$，且 $x_1+x_2<-1$，则 $y_1>y_2$；

④$a\geqslant 1$ 时，关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=-1$ 必有两个不相等的实数根．

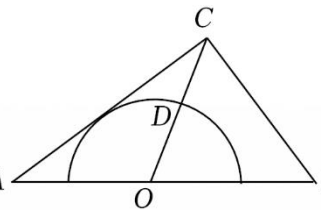
A．①②③　　B．①③　　C．①③④　　D．①④

2．如图，将半径为 1，圆心角为 $120°$ 的扇形 AOB 绕点 A 逆时针旋转 $60°$，点 O，B 的对应点分别为 O'，B'，连接 BB'，则阴影部分的面积为（　　）

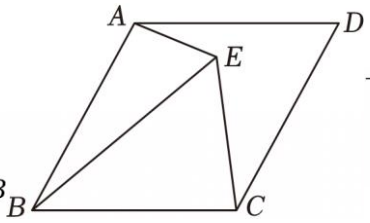
A．$\frac{\pi}{6}$　　B．$\frac{\pi}{3}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\pi}{6}$　　D．$\sqrt{3}-\frac{\pi}{3}$



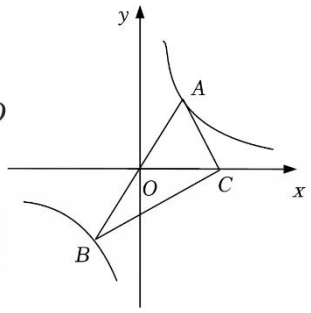
2



3



5



6

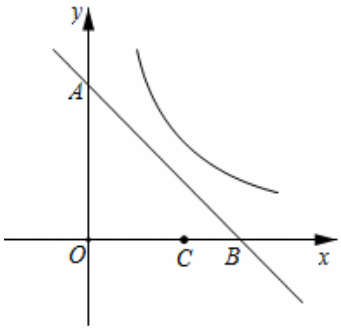
3．如图，在△ ABC 中，$AB=10$，$AC=8$，$BC=6$，以边 AB 的中点 O 为圆心，作半圆与 AC 相切，连接 OC 与半圆相交于点 D，则 CD 的长为（　　）

A．2　　B．3　　C．1　　D．2.5

4．若关于 x 的方程 $\frac{2x}{x-2}+\frac{m}{2-x}=1$ 的解为正数，则 m 的值可以为（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

5．如图，四边形 $ABCD$ 是菱形，$AB=5$，$\angle ABC=60°$，点 E 是菱形内部一点，连接 AE，BE，CE，若 $\angle AEB=60°$，$AE=2$，则 CE 的长为____．



7

6．如图，过原点的直线 AB 交双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 于 A、B 两点，点 C 在 x 轴上，且 $AC=\frac{1}{2}AB$，若△ ABC 的面积为 6，则 k 的值为 ____．

7．如图，直线 $y=-x+b$ 分别与 y 轴、x 轴交于点 A、点 B，点 C 坐标为 $(1,0)$，点 C 关于直线 AB 的对称点恰好在反比例函数 $y=\frac{1}{x}(x>0)$ 图象上，则 $b=$____．

三．解答题（共 13 小题）

9．在平面直角坐标系中，若点 P 的横坐标和纵坐标互为相反数，则称点 P 为“相反点”，如点 $(1,-1)$，$(-5,5)$ 都是“相反点”.

（1）小清认为所有的“相反点”都在同一条直线 L 上，请直接写出直线 L 的解析式：____；

（2）小芳在研究抛物线 $C_1: y=ax^2+bx-4(a\neq 0)$ 时，发现它的图象上有且只有一个“相反点” $(2,-2)$．请你帮她求出 a，b 的值；

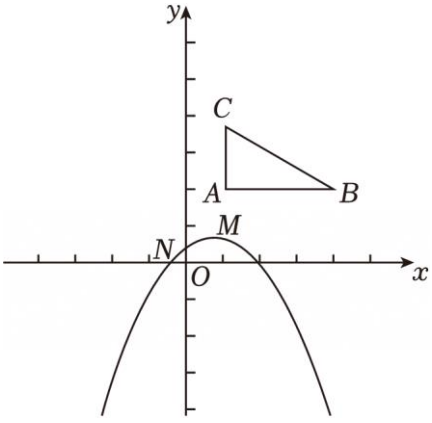
（3）在（2）的条件下将抛物线 C_1 向上平移 1 个单位得到抛物线 C_2，若 C_2 上有两个“相反点”分别是 $M(x_1,\ y_1)$，$N(x_2,\ y_2)$（其中 $x_1<x_2$）．当 $x_1\leqslant x\leqslant x_2$ 时，直接写出 C_2 中 y 的最大值与最小值的差.

10．如图，RtΔABC 中，$\angle BAC=90°$，$A(1,2)$，点 $B(4,2)\angle ABC=30°$，抛物线 $L: y=-\frac{1}{2}(x-t)^2+t(t>0)$ 的顶点为 M，与 y 轴交点为 N．

（1）抛物线有可能经过点 A 吗？请说明理由；

（2）设点 N 的纵坐标为 y_N，直接写出 y_N 与 t 的函数关系式，并求 y_N 的最大值；

（3）在 L 的位置随 t 的值变化而变化的过程中，直接写出点 M 在 ΔABC 内部所经过路线的长.



11．已知二次函数 $y=ax^2+bx+1$．

（1）若该二次函数的图象经过点 $(3,4)$，且关于直线 $x=1$ 对称，求二次函数的解析式；

（2）当 $a=\frac{2}{3}$ 时，该二次函数的图象与 x 轴分别交于 A，B 两点，与 y 轴交于点 C，且△ ABC 是等腰三角形，求△ ABC 的面积；

（3）当 $b=1$ 时，点 $D(1,y_1)$，$E(2,y_2)$ 在该二次函数的图象上，若 $y_1>y_2$，求二次函数在 $0\leqslant x\leqslant 1$ 上的最大值 m 的取值范围．

12．仿青蛙机器人从水平地面起跳，并落在水平地面上，其运动路线的最高点距地面 $60cm$，起跳点与落地点的距离为 $160cm$．如图 1，将仿青蛙机器人的运动路线抽象为抛物线，其顶点为 N，对称轴为直线 l，仿青蛙机器人在水平地面上的起跳点为 O，落地点为 M．以 O 为原点，OM 所在直线为 x 轴，过点 O 与 OM 所在水平地面垂直的直线为 y 轴，建立平面直角坐标系．

（1）请直接写出顶点 N 的坐标，并求该抛物线的函数表达式；

（2）已知仿青蛙机器人起跳后的运动路线形状保持不变，即抛物线的形状不变．若仿青蛙机器人从点 O 正上方的点 P 处起跳，落地点为 Q，点 P 的坐标为 $(0,75)$，点 Q 在 x 轴的正半轴上，如图 1．求起跳点 P 与落地点 Q 的水平距离 OQ 的长；

（3）实验表明：仿青蛙机器人在跃过障碍物时，与障碍物上表面的每个点在竖直方向上的距离不少于 $3cm$，才能安全通过．如图 2，水平地面上有一个障碍物，其纵切面为四边形 $ABCD$，其中 $\angle ABC=\angle BCD=90°$，$AB=57cm$，$BC=40cm$，$CD=48cm$．仿青蛙机器人从距离 AB 左侧 $80cm$ 处的地面起跳，发现不能安全通过该障碍物．若团队人员在起跳处放置一个平台，仿青蛙机器人从平台上起跳，则刚好安全通过该障碍物．求该平台的高度（平台的大小忽略不计，障碍物的纵切面与仿青蛙机器人的运动路线在同一竖直平面内）．

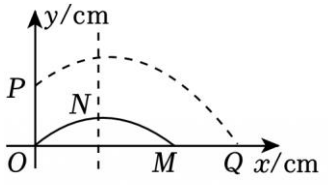


图1

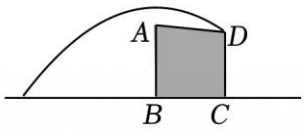
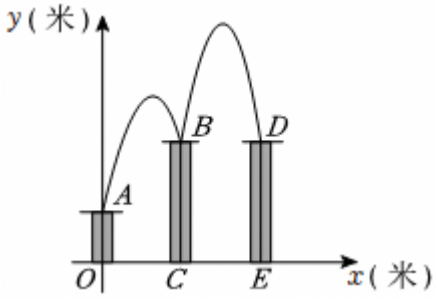


图2

13．舞狮是中国优秀的传统民间艺术，每逢佳节或隆重庆典，民间常以舞狮来助兴．如图，舞狮团进行舞狮表演，演员从木桩顶部 A 处弹跳到另一木桩顶部 B 处，以 O 点为坐标原点，OC 所在的直线为 x 轴，OA 所在的直线为 y 轴，建立平面直角坐标系，其身体（看成一点）的路线是抛物线 $y=-3x^2+bx+c$ 的一部分，已知木桩顶部 A 处的高度 OA 为 1 米，另一木桩顶部 B 处的高度 BC 为 2.92 米，两个木桩的水平距离 OC 为 1.6 米.（不考虑木桩横截面积）

（1）求该抛物线的表达式；

（2）若在木桩 BC 右侧设置一个与 BC 高度相同的木桩 DE，演员从 B 处按如图所示方式跳出，跳跃轨迹形状不变（即抛物线形状不变，演员跳起的最高点距起跳点水平距离与从 A 点起跳时一致），要保证演员可落在新设置的木桩顶部 D 处，求新设置的木桩 DE 与 BC 间的水平距离．



14．在 $Rt\triangle ABC$ 和 $Rt\triangle ADE$ 中，$\angle ABC=\angle ADE=90°$，$AB=AD=6$，$BC=DE=8$，将 $Rt\triangle ABC$ 和 $Rt\triangle ADE$ 的点 A 重合放置，如图 1，连接 CE，BD．

（1）若将图 1 中的 $Rt\triangle ADE$ 绕点 A 按逆时针方向旋转一定的角度，其他条件不变，则 $\frac{BD}{CE}$ 的值为____；

（2）如图 2，将 $Rt\triangle ADE$ 绕点 A 按逆时针方向旋转，当点 D 恰好落在 $Rt\triangle ABC$ 的中线 BM 的延长线上时，连接 CE 交 BM 的延长线于点 N，连接 AN，试判断四边形 $ABCN$ 的形状，并说明理由；

（3）在 $Rt\triangle ADE$ 绕点 A 旋转的过程中，试探究以 C，D，E 三点为顶点的三角形能否成为直角三角形．若能，请直接写出 $Rt\triangle CDE$ 的面积；若不能，请说明理由．

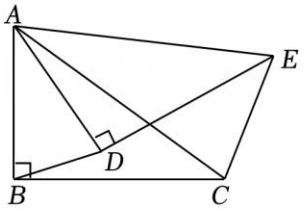


图1

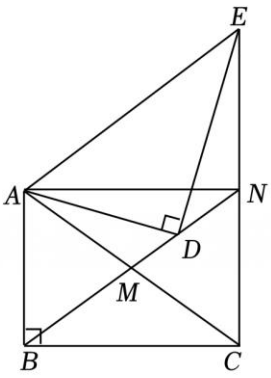
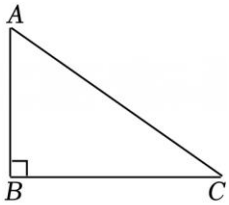


图2



备用图

15．某数学兴趣小组在学习了《分式》知识后，探究了分式的一种特殊变形：例如：$\frac{2x+3}{x-1}=\frac{2(x-1)+5}{x-1}=\frac{2(x-1)}{x-1}+\frac{5}{x-1}=2+\frac{5}{x-1}$．我们把这种将分式的分母不变，分子中构造含分母的结构，从而将原分式分离出一个常数和一个分子为常数的分式结构的变形方法叫做“分离常数法”.“分离常数法”是分式研究的重要数学思想方法.

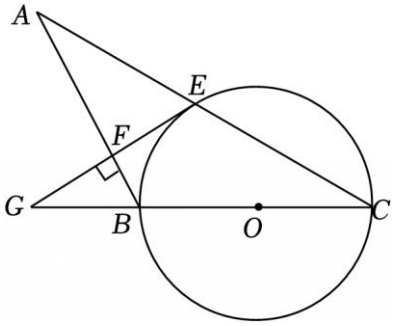
（1）请利用“分离常数法”将分式$\frac{3x-1}{x+1}$变形为$m+\frac{n}{x+1}$（其中m，n为常数），求m，n的值；

（2）若分式$\frac{4x-3}{x-1}$的值为整数，求满足条件的整数x的值；

（3）利用分离常数法，求分式$\frac{-2x^2+3}{x^2+1}$的最大值.

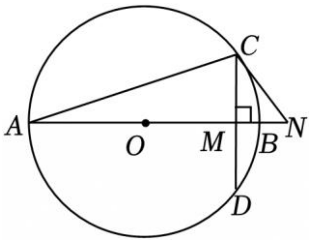
16．如图，在△ABC中，$AB=BC$，以BC为直径作$\odot O$，交AC于点E，过点E作$EG\perp AB$于点F，交CB的延长线于点G.

（1）求证：EG是$\odot O$的切线；（2）若$GF=2\sqrt{3}$，$GB=4$，求EC的长.



17．如图，在$\odot O$中，AB是直径，CD是弦，且$AB\perp CD$，垂足为M，$AB=10$，$CD=6$，在AB的延长线上取一点N，连接CN，使$\angle DCN=2\angle A$．

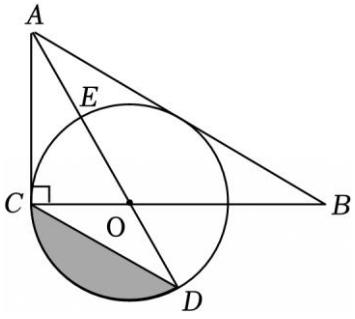
（1）求证：CN是$\odot O$的切线；（2）求MN的长．



18．如图，在$Rt\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$，AO是$\triangle ABC$的角平分线，以O为圆心，OC为半径作$\odot O$与直线AO交于点E和点D．

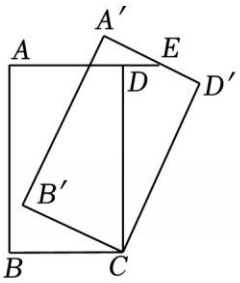
（1）求证：AB是$\odot O$的切线；

（2）若$\dfrac{AC}{AE}=\sqrt{3}$，$\odot O$的半径为6，求弦CD和CD围成的阴影弓形部分面积．

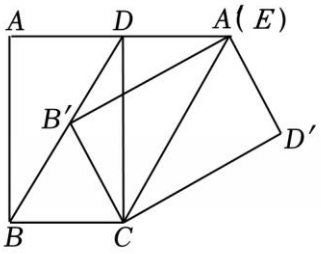


19.【综合与探究】

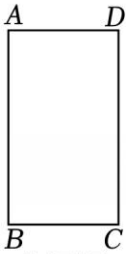
问题情境：将矩形 $ABCD$ 绕点 C 顺时针旋转，当旋转到如图①所示的位置时，得到矩形 $A'B'CD'$，点 A，B，D 的对应点分别为点 A'，B'，D'，设直线 AD 与直线 $A'D'$ 交于点 E.



图①



图②



备用图

猜想证明：

（1）猜想 DE 与 $D'E$ 的数量关系，并证明；

（2）如图②，在旋转的过程中，当点 B' 恰好落在矩形 $ABCD$ 的对角线 BD 上时，点 A' 恰好落在 AD 的延长线上（即点 A' 与点 E 重合），连接 $A'C$，求证：四边形 $A'DBC$ 是平行四边形；

问题解决：

（3）在矩形 $ABCD$ 绕点 C 顺时针旋转的过程中，若 $AB=5$，$BC=3$，当 A'，B'，D 三点在同一条直线上时，请直接写出 $A'D$ 的值.

20．如图，线段 AB 可以记作 a，类似地，以 A 为起点，以 B 为终点的有向线段记作 $\overrightarrow{AB}$ 或 $\vec{a}$．在平面直角坐标系中，若 $A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$，则 $\overrightarrow{AB}=(x_2-x_1,y_2-y_1)$．如 $A(2,1)$，$B(-3,2)$，则 $\overrightarrow{AB}=(-3-2,2-1)=(-5,1)$．

在平面直角坐标系中，设 $\vec{a}=(x_1,y_1),\vec{b}=(x_2,y_2)$，可以如下定义 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 的运算：

加法：$\vec{a}+\vec{b}=(x_1+x_2,y_1+y_2)$

减法：$\vec{a}-\vec{b}=(x_1-x_2,y_1-y_2)$

数乘：$k\vec{a}=(kx_1,ky_1)(k$ 为实数）

点乘：$\vec{a}\cdot\vec{b}=x_1x_2+y_1y_2$．

对于 $\vec{a},\vec{b}$，若 $\vec{a},\vec{b}$ 所在直线垂直，我们就说 $\vec{a},\vec{b}$ 垂直，记为 $\vec{a}\perp\vec{b}$，若 $\vec{a}\perp\vec{b}$，则 $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$，若 $\vec{a},\vec{b}$ 所在直线平行或共线，我们就说 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 平行，记为 $\vec{a}//\vec{b}$，若 $\vec{a}//\vec{b}$，则存在实数 k，使得 $\vec{b}=k\vec{a}$．根据以上材料回答问题：

（1）若 O 为坐标原点，点 A 为 $(6,2)$，则 $\overrightarrow{OA}=(____,\ ____)$．

（2）若 $\vec{a}=(2,3)$，$\vec{b}=(-4,m)$ 其中 m 为实数，且满足 $\vec{a}//\vec{b}$，则 $m=____$．

（3）若 $\vec{a}=(x-1,2)$，$\vec{b}=(x-2,-3)$ 其中 x 为实数，则 $\vec{a}\cdot\vec{b}=____$（用含 x 的式子表示）．

（4）若 $\vec{a}=(x,0)$，$\vec{b}=(1,0)$，$\vec{c}=(-1,2x)$，$\vec{d}=(0,1)$，其中 x 为实数，且满足 $(\vec{a}+\vec{c})\perp(\vec{b}-\vec{d})$，则 $x=____$．

（5）如图，在平面直角坐标系中，$A(0,3)$，$B(-1,0)$，$OB=OD$，$OA=OC$，请用上面材料中的知识，通过运算的方式说明线段 AB、CD 的位置关系．

