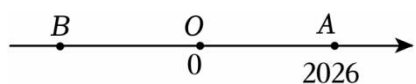


## 数学综合模拟练习题（二）

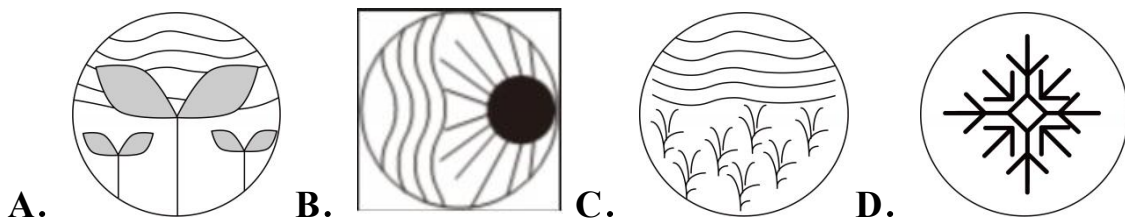
一. 选择题（共 10 小题，满分 40 分，每小题 4 分）

1. (4 分) 如图，数轴上点  $A$  表示的数是 2026， $OA=OB$ ，点  $B$  表示的数是 ( )



- A. 2026      B. -2026      C.  $\frac{1}{2026}$       D.  $-\frac{1}{2026}$

2. (4 分) 二十四节气蕴含着悠久的历史积淀和丰富的文化内涵，是中华民族优秀传统文化的重要组成部分。下列四幅作品分别代表“立春”“立夏”“芒种”“大雪”，其中既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ( )



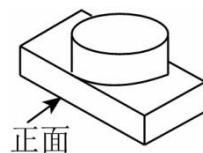
3. (4 分) 下列运算正确的是 ( )

- A.  $(x+2)^2 = x^2 + 4$       B.  $(-2xy^2)^3 = -6x^3y^6$   
 C.  $(2x - y)(2x + y) = 4x^2 - y^2$       D.  $5x^2 - 3x = 2x$

4. (4 分) 豆包大模型于 2024 年 5 月 15 日正式发布，上线后迅速引起全球关注。据第三方 (QuestMobile) 最新监测，2026 年 3 月，月活跃用户稳定在 310000000 户。数据 310000000 用科学记数法可表示为 ( )

- A.  $3.1 \times 10^{-8}$       B.  $31 \times 10^7$       C.  $0.31 \times 10^9$       D.  $3.1 \times 10^8$

5. (4 分) 如图所示，几何体的俯视图为 ( )



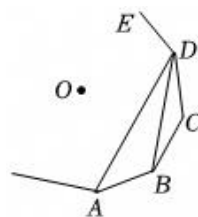
- A.      B.      C.      D.

6. (4分) 2026年央视春晚创新推出AI智能互动红包活动,在晚会直播期间,观众可以参与三轮抢红包活动,如果小明和小红都只参与了其中一轮,那么小明和小红参与的是同一轮的概率是( )

- A.  $\frac{1}{3}$       B.  $\frac{1}{2}$       C.  $\frac{2}{3}$       D.  $\frac{5}{6}$

7. (4分) 如图,点A、B、C、D、E是以点O为中心的正多边形的顶点,若 $\angle ADB=18^\circ$ ,则该正多边形的边数为( )

- A. 7      B. 8      C. 10      D. 11

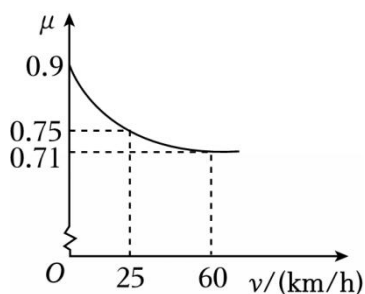


8. (4分) 数学家斐波那契编写的《算经》中有如下分钱问题:

第一次由一组人平分10元钱,每人分得若干,第二次比第一次增加6人,平分40元钱,则第二次每人分得的钱与第一次相同,设第二次分钱的人数为 $x$ 人,则可列方程为( )

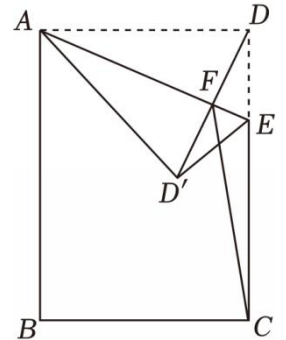
- A.  $10x=40(x+6)$     B.  $10(x-6)=40x$     C.  $\frac{10}{x}=\frac{40}{x+6}$     D.  $\frac{10}{x-6}=\frac{40}{x}$

9. (4分) 汽车轮胎的摩擦系数是影响行车安全的重要因素,在一定条件下,它会随车速的变化而变化.研究发现,某款轮胎的摩擦系数 $\mu$ 与车速 $v$ (km/h)之间的函数关系如图所示.下列说法中错误的是( )



- A. 汽车静止时,这款轮胎的摩擦系数为0.9  
 B. 当 $0 \leq v \leq 60$ 时,这款轮胎的摩擦系数随车速的增大而减小  
 C. 要使这款轮胎的摩擦系数不低于0.71,车速应不低于 $60\text{km/h}$   
 D. 若车速从 $25\text{km/h}$ 增大到 $60\text{km/h}$ ,则这款轮胎的摩擦系数减小0.04

10. (4分) 如图, 在矩形  $ABCD$  中,  $AB=6$ ,  $AD=4$ , 点  $E$  是  $CD$  边上一点, 连接  $AE$ , 将  $\triangle ADE$  沿直线  $AE$  折叠得到  $\triangle AD'E$ , 连接  $DD'$  交  $AE$  于点  $F$ , 连接  $CF$ , 则线段  $CF$  的最小值为 ( )

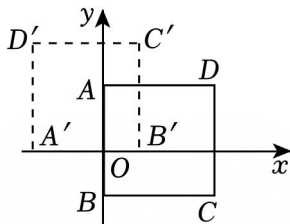


- A.  $2\sqrt{10}-2$     B.  $2\sqrt{10}+2$     C.  $2\sqrt{5}-2$     D.  $2\sqrt{5}+2$

二. 填空题 (共 5 小题, 满分 20 分, 每小题 4 分)

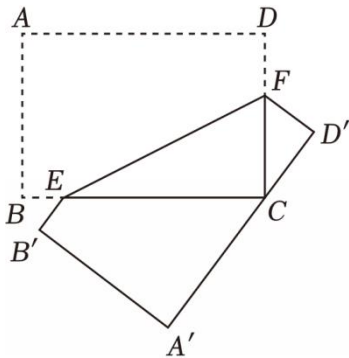
11. (4分) 若  $\frac{\sqrt{x+7}}{x-3}$  有意义, 则  $x$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

12. (4分) 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 正方形  $ABCD$  的边长为 5,  $AB$  边在  $y$  轴上,  $B(0, -2)$ , 若将正方形  $ABCD$  绕点  $O$  逆时针旋转  $90^\circ$  得到正方形  $A'B'C'D'$ , 则点  $D'$  的坐标为\_\_\_\_\_.

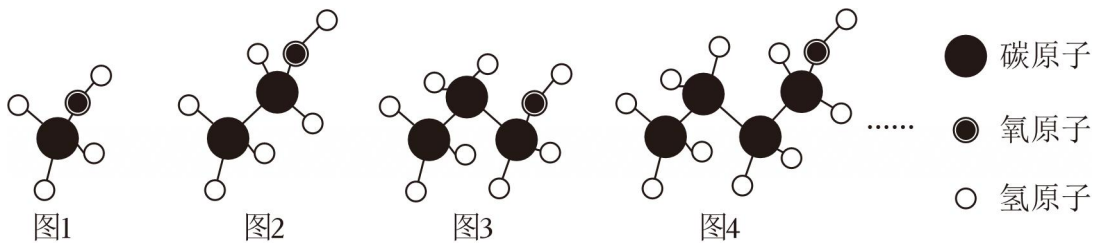


13. (4分) 关于  $x$  的一元二次方程  $(k-1)x^2 - 2x + 1 = 0$  有两个不相等的实数根, 则实数  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

14. (4分) 如图, 四边形  $ABCD$  为矩形, 已知  $AD=6$ ,  $AB=4$ ,  $E$  为  $BC$  上一点,  $BE=1$ ,  $F$  为  $CD$  上动点, 将矩形沿  $EF$  向下折叠, 当点  $C$  恰好落在边  $A'D'$  上时,  $EF$  的长度为\_\_\_\_\_.



15. (4分) 醇是一类由碳、氢、氧元素组成的有机化合物, 如图是这类物质前四种化合物的分子结构模型图, 其中●代表碳原子, ●代表氧原子, ○代表氢原子. 第1种如图1有4个氢原子, 第2种如图2有6个氢原子, 第3种如图3有8个氢原子, 第4种如图4有10个氢原子, …按照这一规律, 第10种化合物的分子结构模型中氢原子的个数是\_\_\_\_\_.



三. 解答题 (共8小题, 满分90分)

16. (10分) (1) 计算:  $|\sqrt{3} - 2| + (\frac{1}{3})^{-1} - 2 \times \cos 30^\circ - (\pi - 2026)^\circ$ ;

(2) 先化简, 再求值:  $\frac{a^2 - 4a + 4}{a^2 - 4} \div (a - \frac{4a}{a+2})$ , 再从 -2, -1, 0, 1, 2 中选择一个合适的  $a$  值代入求值.

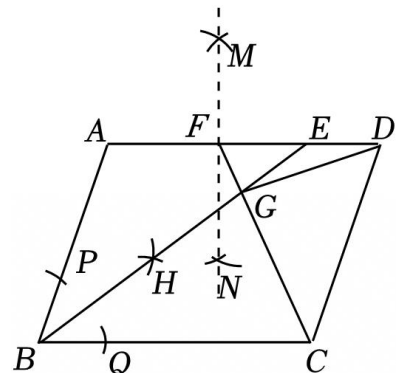
17. (10分) 如图, 四边形  $ABCD$  是平行四边形, 进行如下操作:

第一步, 以点  $B$  为圆心, 任意长为半径画弧, 分别交  $AB$  和  $BC$  于点  $P, Q$ , 分别以点  $P, Q$  为圆心, 大于  $\frac{1}{2}PQ$  的长为半径画弧, 两弧交于点  $H$ , 作射线  $BH$  交边  $AD$  于点  $E$ ;

第二步, 分别以点  $A, E$  为圆心, 大于  $\frac{1}{2}AE$  的长为半径画弧, 两弧相交于  $M, N$  两点, 作直线  $MN$  交边  $AD$  于点  $F$ , 连接  $CF$ , 交  $BE$  于点  $G$ .

(1) 请确定线段  $EF$  与  $AB$  的数量关系, 并证明你的结论;

(2) 若  $CD = 4DE$ , 求  $\frac{FG}{GC}$  的值.



18. (10分) 2026 马年央视春晚中; 宇树科技的机器人《武 BOT》展示了单腿连续后空翻、托马斯全旋等高难度动作; 是本届春晚科技与文化融合的巅峰之作. 随着人工智能与物联网等技术的快速发展, 人形机器人的应用场景不断拓展, 某快递企业为提高工作效率, 拟购买  $A$ 、 $B$  两种型号智能机器人进行快递分拣. 若买 1 台  $A$  型机器人、3 台  $B$  型机器人, 共需 260 万元; 若买 3 台  $A$  型机器人、2 台  $B$  型机器人, 共需 360 万元.

(1) 求  $A$ 、 $B$  两种型号智能机器人的单价.

(2) 该企业现计划采购  $A$  型和  $B$  型机器人共 15 台, 且  $B$  型机器人数量不超过  $A$  型机器人数量的 4 倍; 当购买  $A$  型机器人多少台时采购总费用最少? 最少采购总费用是多少?



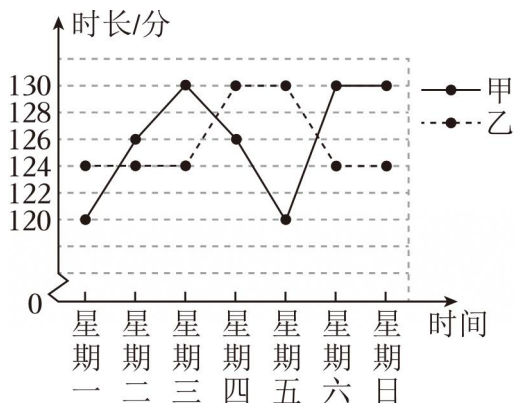
19. (12分) 为了推动落实中小学生每日至少 2 小时的综合体育活动时间, 对甲、乙两所学校学生某星期每日综合体育活动时长的数据进行整理、描述和分析, 制作了甲、乙两所学校学生该星期每日参加综合体育活动的平均运动时长的折线图和统计表:

	平均数	中位数	众数
甲	126	$m$	$n$
乙	125.7	124	124

根据以上信息, 解答下列问题:

- (1) 表中  $m = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $n = \underline{\hspace{2cm}}$  ;
- (2) 若甲、乙两所学校学生该星期每日参加综合体育活动的平均运动时长的方差为  $s_1^2$ ,  $s_2^2$ , 则  $s_1^2 \underline{\hspace{1cm}} s_2^2$  (填 “>” “=” 或 “<”);
- (3) 由于数据统计失误, 甲校学生星期五参加综合体育活动的平均运动时长被记录为 120 分钟, 实际为 130 分钟, 将数据修正后, 甲校学生该星期每日参加综合体育活动的平均运动时长的统计量不发生变化的是            (填序号).

①平均数, ②中位数, ③众数, ④方差.



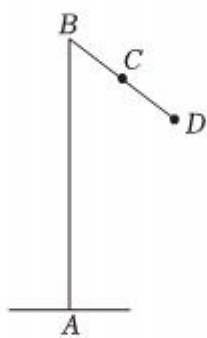
20. (10分) 随着时代的发展, 手机“直播带货”已经成为当前最为强劲的购物新潮流. 某种手机支架如图1所示, 立杆  $AB$  垂直于地面, 其高为  $115\text{cm}$ ,  $BC$  为支杆, 它可绕点  $B$  旋转, 其中  $BC$  长为  $30\text{cm}$ ,  $CD$  为悬杆, 滑动悬杆可调节  $CD$  的长度. (参考数据:  $\sin 53^\circ \approx 0.80$ ,  $\cos 53^\circ \approx 0.60$ ,  $\tan 53^\circ \approx 1.33$ )

(1) 如图2, 当  $B$ 、 $C$ 、 $D$  三点共线,  $CD=40\text{cm}$  时, 且支杆  $BC$  与立杆  $AB$  之间的夹角  $\angle ABC$  为  $53^\circ$ , 求端点  $D$  距离地面的高度;

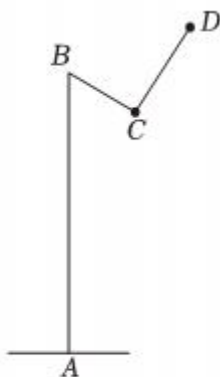
(2) 调节支杆  $BC$ , 悬杆  $CD$ , 使得  $\angle ABC=60^\circ$ ,  $\angle BCD=97^\circ$ , 如图3所示, 且点  $D$  到地面的距离为  $148\text{cm}$ , 求  $CD$  的长. (结果精确到  $1\text{cm}$ )



(图1)



(图2)

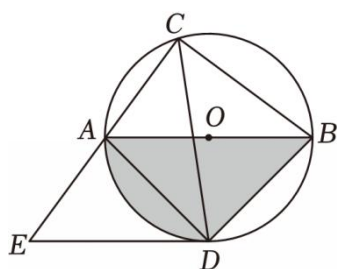


(图3)

21. (12分) 如图,  $\odot O$  的直径  $AB=10$ ,  $\angle ACB$  的平分线交  $\odot O$  于  $D$ , 过点  $D$  作  $DE \parallel AB$  交  $CA$  延长线于点  $E$ , 连接  $AD$ 、 $BD$ .

(1) 求证:  $DE$  是  $\odot O$  的切线;

(2) 求由  $AB$ ,  $BD$ , 弧  $AD$  围成的阴影部分的面积.



22. (13分) 已知二次函数  $y=x^2 - 2mx - 3m$  ( $m>0$ ).

(1) 若二次函数的图象与  $y$  轴交于点  $C(0, -6)$ , 求该二次函数的表达式.

(2) 若  $y=x^2 - 2mx - 3m$  的最小值为  $-4$ , 将该函数的图象向右平移 2 个单位, 得到新的二次函数图象, 当  $1 \leq x \leq 4$  时, 求新的二次函数的最大值与最小值的和.

(3) 若二次函数  $y=x^2 - 2mx - 3m$  ( $m>0$ ) 经过点  $A(3-m, y_1)$ ,  $B(1+2m, y_2)$ , 当  $y_1 > y_2$  时, 求  $m$  的取值范围.

23. (13分) 如图 1, 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle A=90^\circ$ ,  $AB=AC$ , 点  $D$ 、 $E$  分别在边  $AB$ 、 $AC$  上,  $AD=AE$ , 连接  $DC$ , 点  $M$ 、 $P$ 、 $N$  分别为  $DE$ 、 $DC$ 、 $BC$  的中点.

(1) 观察猜想: 图 1 中, 线段  $PM$  与  $PN$  的数量关系是 \_\_\_\_\_, 位置关系是 \_\_\_\_\_;

(2) 探究证明: 把  $\triangle ADE$  绕点  $A$  逆时针方向旋转到图 2 的位置, 连接  $MN$ ,  $BD$ ,  $CE$ , 判断  $\triangle PMN$  的形状, 并说明理由;

(3) 拓展延伸: 把  $\triangle ADE$  绕点  $A$  在平面内自由旋转, 若  $AD=2$ ,  $AB=4$ , 直接写出  $\triangle PMN$  面积的最大值.

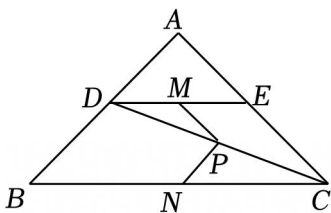


图1

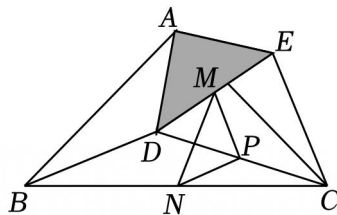


图2