

## 山东省中考数学成思正品模拟答案

## 成思正品—01

## 一. 选择题

1. B; 2. A; 3. B; 4. C; 5. C; 6. B;  
7. A; 8. B; 9. A; 10. A;

9. 解: 对称轴是直线  $x = \frac{-1+3}{2} = 1$ .

$\because P_1(-3, y_1)$  到对称轴的距离为 4,  $P_2(-1, y_2)$  和  $P_4(3, y_4)$  到对称轴的距离均为 2, 又由于开口向上,

$\therefore y_1$  最大, 且  $y_2 = y_4$ .

对于  $P_3(2, y_3)$ , 其到对称轴的距离为  $|2-1|=1$ , 是四个点中最近的,

$\therefore y_3$  最小.

$\therefore y_1 > y_2 = y_4 > y_3$ ,

即  $y_1$  最大,  $y_3$  最小.

10. 解: “漏壶”的漏水速为:  $\frac{48}{24} = 2$  (cm/h),

$\therefore$  水面高度从 48cm 变化到 42cm 所用的时间是

$$\frac{48-42}{2} = 3 \text{ (h)},$$

## 二. 填空题

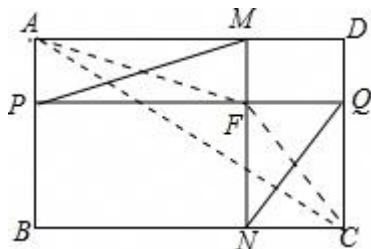
11.  $2m(x-y)^2$ ;

12. 7 或 6;

13. 2500; 14. 5;

15. (0, 334);

14. 解: 如图,



$\therefore PM = AF, NQ = CF$ ,

$\therefore PM + NQ = AF + CF$ ,

$\because FA + FC \geq AC, AC = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ ,

$\therefore AF + FC$  的最小值为 5,

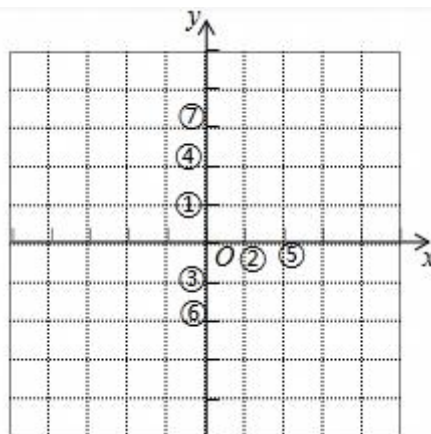
$\therefore PM + NQ$  的最小值为 5.

15. 解: 观察图象可知, 第 1, 4, 7, 10, 13, ...  $1+3(n-1)$  个数在  $y$  轴上,

$\therefore 1000 = 3 \times 333 + 1$ ,

$\therefore 1000$  是  $y$  轴上第 334 个数,

$\therefore$  第 1000 个点的坐标是 (0, 334).



## 三. 解答题

16. 解: (1) 原式  $= -\sqrt{2} + 3$ ;

(2) 原式  $= \frac{x+1-1}{x+1} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{x} = x - 1$ ,

当  $x = -2$  时,

原式  $= -2 - 1 = -3$ .

17. (1) 证明:  $\because CB = CA$ ,

$\therefore \angle A = \angle B$ ,

$\therefore \angle ACM = \angle A + \angle B$ ,

$\therefore \angle A = \frac{1}{2} \angle ACM$ ,

$\therefore CN$  平分  $\angle ACM$ ,

$\therefore \angle ACF = \frac{1}{2} \angle ACM$ ,

$\therefore \angle A = \angle ACF$ ,

$\because E$  是  $AC$  的中点,

$\therefore AE = CE$ ,

在  $\triangle ADE$  与  $\triangle CFE$  中,

$$\begin{cases} \angle BAC = \angle ECF \\ AE = CE \\ \angle AED = \angle CEF \end{cases},$$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CFE$  (ASA),

$\therefore AD = CF$ ;

(2) 解: 当 $\triangle ABC$ 满足 $\angle ACB=90^\circ$ , 四边形  $ADCF$  是正方形,

证明: 连接  $CD, AF$ ,

$$\because AC=BC, \angle ACB=90^\circ,$$

$\therefore \triangle ACB$  是等腰直角三角形,

$$\therefore \angle BAC=45^\circ,$$

$\because CN$  平分  $\angle ACM$ ,

$$\therefore \angle ACF=\frac{1}{2}\angle ACM=45^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC=\angle ACF,$$

$\therefore AD \parallel CF$ ,

由(1)知  $AD=CF$ ,

$\therefore$  四边形  $ADCF$  是平行四边形,

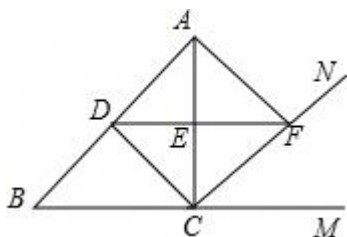
$\because$  点  $D$  是  $AB$  的中点,

$$\therefore AD=CD,$$

$$\therefore \angle ACD=\angle CAD=45^\circ,$$

$$\therefore \angle DCF=90^\circ,$$

$\therefore$  矩形  $ADCF$  是正方形.



18. 解: (1) 设  $A$  种图书的单价是  $x$  元,  $B$  种图书的单价是  $y$  元, 根据题意得: 
$$\begin{cases} 8x + 5y = 300 \\ 4x + 3y = 160 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x = 25 \\ y = 20 \end{cases}$$

答:  $A$  种图书的单价是 25 元,  $B$  种图书的单价是 20 元;

(2) 设购买  $m$  本  $A$  种图书, 则购买  $(60-m)$  本  $B$  种图书, 根据题意得:

$$\begin{cases} m > (60-m) \\ 25m + 20(60-m) \leq 1360 \end{cases}$$

$$\text{解得: } 30 < m \leq 32,$$

又  $\because m$  为正整数,

$$\therefore m \text{ 可以为 } 31, 32,$$

$\therefore$  学校共有 2 种购买方案,

方案 1: 购买 31 本  $A$  种图书, 29 本  $B$  种图书;

方案 2: 购买 32 本  $A$  种图书, 28 本  $B$  种图书.

19. 解: (1) 82; 83; 30;

(2) 八年级的学生更了解国家安全教育知识, 理由如下:

两个年级的平均成绩相同, 但是八年级的中位数和众数比七年级的大,

$\therefore$  八年级的学生更了解国家安全教育知识;

$$(3) 1000 \times (1 - 20\% - 20\% - 30\%)$$

$$= 300 \text{ (人)},$$

$$1200 \times \frac{6}{20} = 360 \text{ (人)},$$

$$300 + 360 = 660 \text{ (人)},$$

$\therefore$  估计该校七、八年级学生中竞答成绩不低于 90 分的总人数为 660 人.

20. (1) 证明: 连接  $OC$ ,

$\because CE$  切圆于  $C$ ,

$\therefore OC \perp CE$ ,

$\because C$  是  $\widehat{BD}$  的中点,

$$\therefore \angle CAD = \angle BAC,$$

$$\because OC = OA,$$

$$\therefore \angle ACO = \angle BAC,$$

$$\therefore \angle CAD = \angle ACO,$$

$$\therefore CO \parallel AE,$$

$$\therefore CE \perp AE;$$

(2)  $\because AB$  是圆的直径,

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ, \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\because BC = 6, AC = 8,$$

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 10,$$

$$\therefore OB = 5,$$

$$\because OC \parallel AE, BD \perp AD,$$

$$\therefore OC \perp BD,$$

$$\therefore BD = 2BH,$$

$$\text{令 } CH = x,$$

$$\because BH^2 = BC^2 - CH^2 = OB^2 - OH^2,$$

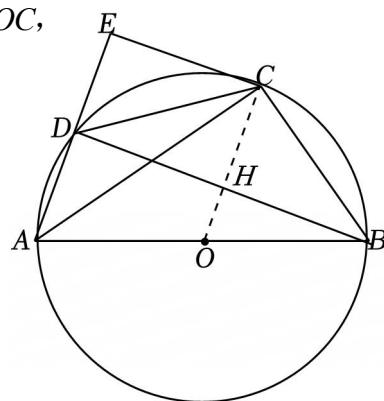
$$\therefore 6^2 - x^2 = 5^2 - (5-x)^2,$$

$$\therefore x = 3.6,$$

$$\therefore CH = 3.6,$$

$$\therefore BH = \sqrt{BC^2 - CH^2} = 4.8,$$

$$\therefore BD = 2BH = 9.6.$$



21. 解: (1) 如图, 过  $B$  作  $BE \perp AM$  于  $E$ ,

$\therefore$  斜坡  $AB$  的坡度为  $1:3$ ,

$$\therefore \frac{BE}{AE} = \frac{1}{3},$$

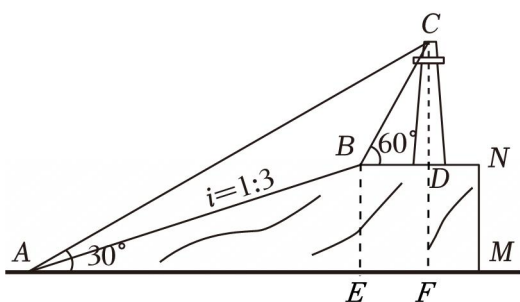
$$\therefore AE = 3BE,$$

在  $\text{Rt}\triangle ABE$  中,  $AB^2 = BE^2 + AE^2$ , 即  $(10\sqrt{10})$

$$^2 = BE^2 + (3BE)^2,$$

解得:  $BE = 10$ ,

答: 平台  $BN$  的高度为  $10$  米;



(2) 如图, 延长  $CD$  交  $AM$  于  $F$ ,

则  $CF \perp AM$ ,

$\therefore$  四边形  $BEFD$  为矩形,

$\therefore DF = BE = 10$  米,  $BD = EF$ ,

设  $CD = x$  米, 则  $CF = (x+10)$  米,

在  $\text{Rt}\triangle ACF$  中,  $\angle CAF = 30^\circ$ ,

$$\therefore \tan \angle CAF = \frac{CF}{AF},$$

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x+10}{AF},$$

$$\therefore AF = \sqrt{3}(x+10) \text{ 米},$$

在  $\text{Rt}\triangle CBD$  中,  $\angle CBD = 60^\circ$ ,

$$\text{则 } BD = \frac{CD}{\tan \angle CBD} = \frac{\sqrt{3}}{3}x \text{ 米},$$

由 (1) 可知:  $AE = 3BE = 30$  米,

$$\therefore \sqrt{3}(x+10) - \frac{\sqrt{3}}{3}x = 30,$$

解得:  $x = 15\sqrt{3} - 15$ ,

答: 建筑物的高度为  $(15\sqrt{3} - 15)$  米.

22. 解: (1)  $\because$  点  $A(-2, -\frac{5}{2})$ 、 $B(3, 0)$

均在直线  $l$  上,

$$\therefore \begin{cases} -2k + b = -\frac{5}{2}, \\ 3k + b = 0 \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{3}{2} \end{cases},$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2};$$

(2) 联立  $y = ax^2 + 2x - 1$

$$\text{与 } y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2},$$

则有  $2ax^2 + 3x + 1 = 0$ ,

$\therefore$  抛物线  $C$  与直线  $l$  有交点,

$$\therefore \Delta = 9 - 8a \geq 0,$$

$$\therefore a \leq \frac{9}{8} \text{ 且 } a \neq 0;$$

(3) 根据题意可得,  $y = -x^2 + 2x - 1$ ,

$$\therefore a < 0,$$

$\therefore$  抛物线开口向下,

对称轴为直线  $x = 1$ ,

$\therefore m \leq x \leq m+2$  时,  $y$  有最大值  $-4$ ,

$\therefore$  当  $y = -4$  时,

$$\text{有 } -x^2 + 2x - 1 = -4,$$

$$\therefore x = -1 \text{ 或 } x = 3,$$

① 在对称轴为直线  $x = 1$  左侧,

$y$  随  $x$  的增大而增大,

$$\therefore x = m+2 = -1 \text{ 时},$$

$y$  有最大值  $-4$ ,

$$\therefore m = -3;$$

② 在对称轴为直线  $x = 1$  右侧,

$y$  随  $x$  增大而减小,

$$\therefore x = m = 3 \text{ 时}, y \text{ 有最大值 } -4,$$

综上所述:  $m = -3$  或  $m = 3$ .

23. (1) 证明:  $\because \angle BAC = 90^\circ$ ,

$\therefore$  在  $\triangle ABC$  中,

$$\angle ABC + \angle ACB = 90^\circ,$$

在  $\triangle ADE$  中,

$$\angle ADE + \angle AED = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle ACB,$$

$$\therefore \angle AED = \angle ABC;$$

(2) 证明:

$\because BF \perp ED$  交  $ED$  的延长线于点  $F$ ,

$$\therefore \angle BFD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BFD = \angle BAC,$$

$$\therefore \angle BDF = \angle ADE,$$

$$\therefore \angle FBD = \angle AED,$$

由 (1)  $\angle AED = \angle ABC$ ,

$$\therefore \angle FBD = \angle ABC;$$

(3) 证明: 如图 1, 延长  $BF$ ,  $CA$  交于点  $G$ ,

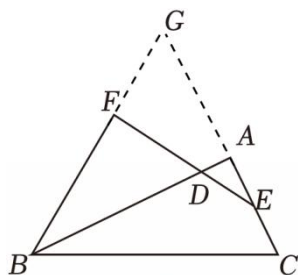


图 1

$$\therefore \angle BFD = \angle GFE = 90^\circ,$$

$$\angle FBD = \angle GEF, BF = EF,$$

$$\therefore \triangle FBD \cong \triangle FEG \text{ (ASA)},$$

$$\therefore FD = FG,$$

$$\therefore BF + FD = BF + FG = BG,$$

又  $\because AB = AB$ ,

$$\therefore \text{Rt}\triangle ABG \cong \text{Rt}\triangle ABC \text{ (ASA)},$$

$$\therefore BG = BC,$$

$$\therefore BC = BF + FD;$$

(4) 解: 在  $\text{Rt}\triangle ABE$  中,

$$BE = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5},$$

如图 2, 延长  $BA$ ,  $CD$  交于点  $F$ , 延长  $BE$  交  $CF$  于点  $G$ .

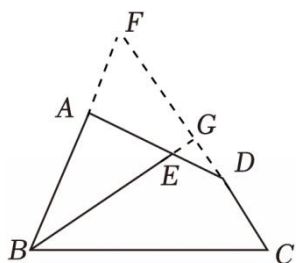


图 2

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ + \angle F,$$

$$\angle FAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle D = 90^\circ + \angle C.$$

$$\therefore \angle F = \angle C,$$

$$\therefore BF = BC,$$

$$\therefore BE \text{ 平分 } \angle ABC,$$

$$\therefore GF = GC,$$

由 (3) 可知  $\triangle ABE \cong \triangle ADF$ ,

$$\therefore AE = AF, BE = DF,$$

$$\therefore BF = AB + AE = 4 + 2 = 6,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle BGF = 90^\circ,$$

$$\angle ABE = \angle FBG,$$

$$\therefore \triangle GBF \sim \triangle ABE,$$

$$\therefore \frac{GF}{AE} = \frac{BF}{BE},$$

$$\text{即 } \frac{GF}{2} = \frac{6}{2\sqrt{5}},$$

$$\therefore GF = \frac{6\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore CD = 2GF - DF$$

$$= 2 \times \frac{6\sqrt{5}}{5} - 2\sqrt{5}$$

$$= \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

## 成思正品—02

## 一. 选择题

1. A; 2. D; 3. A; 4. B; 5. A; 6. C;

7. A; 8. A; 9. C; 10. D;

10. 解:  $\because \angle BAC=90^\circ$ ,  $AB=AC$ , $\therefore \angle ABC=\angle ACB=45^\circ$ , $\because BC=4$ , $\therefore AB=AC=\frac{\sqrt{2}}{2}BC=2\sqrt{2}$ , $\therefore S_{\text{阴影}BC}=2(S_{\text{扇形}BCD}-S_{\triangle ABC})$ 

$$=2\left(\frac{45\pi \times 4^2}{360}-\frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}\right)$$

$$=4\pi-8,$$

## 二. 填空题

11.  $x \geq 1$  且  $x \neq 2$ ;12.  $\frac{1}{3}$ ;13.  $k < 4$  且  $k \neq 0$ ;14.  $(3n-1)$ ;15.  $y = -(x-2)^2 - 1$ ;15. 解: 旋转  $180^\circ$ ,新抛物线解析式为:  $y = -x^2 + 2$ , $\because$ 再右移 2 个单位, 向下移 3 个单位, $\therefore$ 旋转平移后抛物线的解析式为

$$y = -(x-2)^2 + 2 - 3,$$

$$\text{即 } y = -(x-2)^2 - 1.$$

## 三. 解答题

16. 解: (1) 原式  $= 3 - 3 - 6 \times \frac{1}{6}$ 

$$= 3 - 3 - 1$$

$$= -1;$$

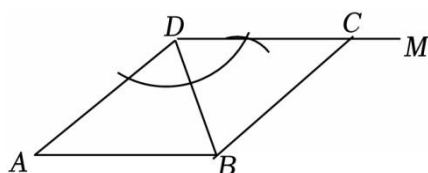
$$(2) \text{原式} = \frac{(a+1)(a-1)-3}{a-1} \times \frac{a-1}{(a+2)^2}$$

$$= \frac{a^2-4}{a-1} \times \frac{a-1}{(a+2)^2}$$

$$= \frac{a-2}{a+2},$$

 $\because a-1 \neq 0, a+2 \neq 0$ , $\therefore a$  不能取 1 和 -2,当  $a=0$  时, 原式  $= -1$ ;当  $a=2$  时, 原式  $= 0$ .

17. 解: (1) 图形如图所示:

(2) 结论: 四边形  $ABCD$  是菱形.理由:  $\because AD=AB, DC=AD$ ,

$$\therefore AB=CD,$$

$$\because \angle BDM = \angle ABD,$$

 $\therefore CD \parallel AB$ , 基本作图, 等腰三角形的性质,

菱形的判定, 平行四边形的判定和性质

 $\therefore$ 四边形  $ABCD$  是平行四边形,

$$\because AD=AB,$$

 $\therefore$ 四边形  $ABCD$  是菱形.18. 解: (1) 根据题意,  $3 = \frac{12}{a+2}$ ,  $b = \frac{12}{6+2}$ ,

$$\therefore a=2, b=1.5;$$

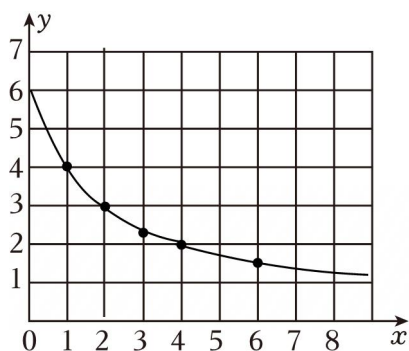
故答案为: 2, 1.5;

(2) ①根据表格数据描点: (1, 4), (2, 3),

(3, 2.4), (4, 2), (6, 1.5), 在平面

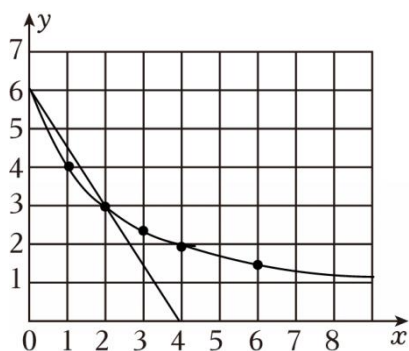
直角坐标系中画出对应函数  $y = \frac{12}{x+2}$  ( $x \geq 0$ ) 的

图象如下:



②由图象可知,随着自变量 $x$ 的不断增大,函数值 $y$ 的变化趋势是不断减小,  
故答案为:不断减小;

(3)如图:



由函数图象知,当 $x \geq 2$ 或 $x=0$ 时, $\frac{12}{x+2} \geq -\frac{3}{2}x+6$ ,

即当 $x \geq 0$ 时, $\frac{12}{x+2} \geq -\frac{3}{2}x+6$ 的解集为 $x \geq 2$ 或 $x=0$ ,

19. 解: (1) 7.5, <;

(2) 小丽应选择甲公司(答案不唯一),理由如下:

∵配送速度得分甲和乙的得分相差不大,服务质量得分甲和乙的平均数相同,但是甲的方差明显小于乙的方差,

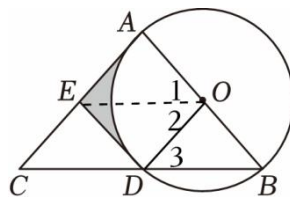
∴甲更稳定,

∴小丽应选择甲公司;

(3) 还应收集甲、乙两家公司的收费情况。(答案不唯一,言之有理即可)

20. 解: (1) 直线 $DE$ 与 $\odot O$ 相切.理由如下:

连接 $OE$ 、 $OD$ ,如图,



∵ $AB$ 是 $\odot O$ 的直径, $AC$ 是 $\odot O$ 的切线,切点为 $A$ ,

∴ $AB \perp AC$ ,

∴ $\angle OAC = 90^\circ$ ,

∵点 $E$ 是 $AC$ 的中点,

∴ $OE \parallel BC$ ,

∴ $\angle 1 = \angle B$ ,  $\angle 2 = \angle 3$ ,

∵ $OB = OD$ ,

∴ $\angle B = \angle 3$ ,

∴ $\angle 1 = \angle 2$ ,

在 $\triangle AOE$ 和 $\triangle DOE$ 中,  $\begin{cases} OA = OD \\ \angle 1 = \angle 2 \\ OE = OE \end{cases}$

∴ $\triangle AOE \cong \triangle DOE$  (SAS),

∴ $\angle ODE = \angle OAE = 90^\circ$ ,

∴ $ED \perp OD$ ,

∴ $DE$ 为 $\odot O$ 的切线;

(2) ∵点 $E$ 是 $AC$ 的中点,

∴ $AE = \frac{1}{2}AC = \frac{5}{2}$ ,

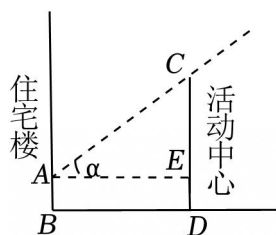
∵ $\angle AOD = 2\angle B = 2 \times 50^\circ = 100^\circ$ ,

∴图中阴影部分的面积

$$= 2 \times \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{5}{2} - \frac{100\pi \times 2^2}{360}$$

$$= 5 - \frac{10}{9}\pi.$$

21. 解: 任务一: 如图, 过  $A$  作  $AE \perp CD$  于  $E$ ,



结合题意可得: 四边形  $AEDB$  为矩形,  $\angle AEC = 90^\circ$ ,

$$\therefore BD = 28m, CD = 21m,$$

$$\therefore AE = BD = 28m, AB = DE,$$

$$\therefore \angle CAE = \alpha = 35^\circ,$$

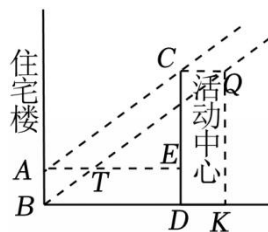
$\therefore$  在  $\text{Rt}\triangle ACE$  中,

$$CE = AE \cdot \tan \alpha = 28 \times 0.7 = 19.6 (m),$$

$$\therefore AB = DE = CD - CE$$

$$= 21 - 19.6 = 1.4 (m);$$

任务二: 如图, 过  $B$  作  $AC$  的平行线, 过  $C$  作  $BD$  的平行线, 两线交于点  $Q$ ,  $BQ$ ,  $AE$  交于点  $T$ , 过  $Q$  作  $QK \perp BD$  于  $K$ ,



$$\therefore \angle QBK = \angle ATB$$

$$= \angle CAE = 35^\circ,$$

四边形  $CDKQ$  为矩形,

$$\therefore CD = QK = 21 (m),$$

$\therefore$  在  $\text{Rt}\triangle BKQ$  中,

$$BK = \frac{QK}{\tan \angle QBK} = \frac{21}{\tan 35^\circ} = 30 (m),$$

$$\therefore DK = 30 - 28 = 2 (m);$$

$\therefore$  该活动中心移动了 2 米.

22. 解: (1) 当  $a=1$  时, 则  $y=x^2+bx+1$ ,

$$\therefore \text{点 } A(-2, 1) \text{ 代入 } y=x^2+bx+1,$$

$$\text{得 } 1 = (-2)^2 - 2b + 1,$$

解得:  $b=2$ ,

$$\therefore y = x^2 + 2x + 1.$$

$$\therefore -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2} = -1,$$

$$\frac{4ac-b^2}{4a} = \frac{4-4}{4} = 0,$$

$\therefore$  函数图象顶点坐标为  $(-1, 0)$ ;

(2) 由题意得: 点  $A(-2, 1)$  代入  $y=ax^2+bx+1$

$(a>0)$ , 得:

$$1 = 4a - 2b + 1,$$

$$\therefore b = 2a,$$

$\therefore$  对称轴为直线

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{2a}{2a} = -1,$$

$$\text{当 } x = -1 \text{ 时, } y = a - 2a + 1 = -a + 1,$$

$$\text{当 } x = -3 \text{ 时, } y = 9a - 6a + 1 = 3a + 1,$$

根据对称性,  $x = -3$  和  $x = 1$  时,  $y$  值相等,

$$\therefore -1 \leq m \leq 1.$$

(3) 由 (2) 可知,

$$y = ax^2 + 2ax + 1 (a > 0),$$

$$\therefore \frac{1}{2} < x_2 - x_1 < 2,$$

对称轴为直线  $x = -1$ ,

$$\therefore x_1 + x_2 = -2,$$

$$\text{则 } x_1 = -2 - x_2,$$

$$\therefore \frac{1}{2} < 2x_2 + 2 < 2,$$

$$\therefore -\frac{3}{2} < 2x_2 < 0,$$

$$\therefore -\frac{3}{4} < x_2 < 0,$$

$$\therefore x=0 \text{ 时, } y=1 > 0,$$

$$\therefore x = -\frac{3}{4} \text{ 时, } y < 0,$$

$$\text{即 } \frac{9}{16}a - \frac{3}{2}a + 1 < 0,$$

$$\text{解得: } a > \frac{16}{15},$$

$\therefore$  若该函数图象与  $x$  轴的两个交点的横坐标为  $x_1, x_2$  ( $x_1 < x_2$ ),

$$\text{满足 } \frac{1}{2} < x_2 - x_1 < 2,$$

$$\text{则 } a > \frac{16}{15},$$

23. 解: (1) 如图①, 延长  $AE$  交  $DC$  的延长线于点  $F$ ,

$$\therefore AB \parallel DC,$$

$$\therefore \angle BAF = \angle F,$$

$\therefore E$  是  $BC$  的中点,

$$\therefore CE = BE,$$

在  $\triangle AEB$  和  $\triangle FEC$  中,

$$\begin{cases} \angle BAF = \angle F \\ \angle AEB = \angle FEC, \\ BE = CE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AEB \cong \triangle FEC,$$

$$\therefore AB = FC,$$

$\therefore AE$  是  $\angle BAD$  的平分线,

$$\therefore \angle DAF = \angle BAF,$$

$$\therefore \angle DAF = \angle F,$$

$$\therefore DF = AD,$$

$$\therefore AD = DC + CF = DC + AB,$$

(2)  $AB = AF + CF$ ,

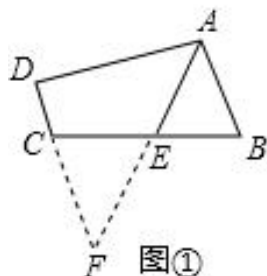
证明: 如图②, 延长  $AE$  交  $DF$  的延长线于点  $G$ ,

$\therefore E$  是  $BC$  的中点,

$$\therefore CE = BE,$$

$$\therefore AB \parallel DC,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle G,$$



图①

在  $\triangle AEB$  和  $\triangle GEC$  中,

$$\begin{cases} \angle BAE = \angle G \\ \angle AEB = \angle GEC, \\ BE = CE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AEB \cong \triangle GEC,$$

$$\therefore AB = GC,$$

$\therefore AE$  是  $\angle BAF$  的平分线,

$$\therefore \angle BAG = \angle FAG,$$

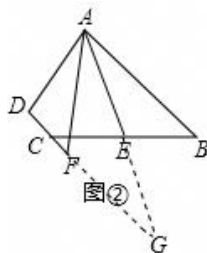
$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle BAG = \angle G,$$

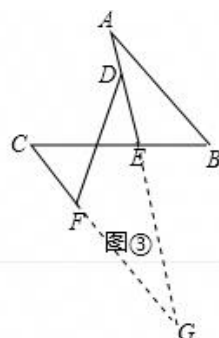
$$\therefore \angle FAG = \angle G,$$

$$\therefore FA = FG,$$

$$\therefore AB = CG = AF + CF;$$



图②



图③

$$(3) AB = \frac{2}{3}(CF + DF),$$

证明: 如图③, 延长  $AE$  交  $CF$  的延长线于点  $G$ ,

$$\therefore AB \parallel CF,$$

$$\therefore \triangle AEB \sim \triangle GEC,$$

$$\therefore \frac{AB}{CG} = \frac{BE}{EC} = \frac{2}{3}, \text{ 即 } AB = \frac{2}{3}CG,$$

$$\therefore AB \parallel CF,$$

$$\therefore \angle A = \angle G,$$

$$\therefore \angle EDF = \angle BAE,$$

$$\therefore \angle FDG = \angle G,$$

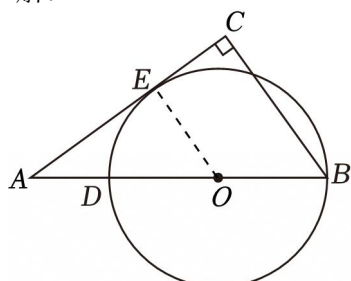
$$\therefore FD = FG,$$

$$\therefore AB = \frac{2}{3}CG = \frac{2}{3}(CF + DF).$$

## 成思正品—03

### 一. 选择题

1. A; 2. D; 3. B; 4. C; 5. B; 6. A;  
7. B; 8. B; 第01页 9. C; 10. B;  
8. 解:



设 $\odot O$ 的半径为 $r$ ,  
 $\therefore OE=OD=r$ ,  
 $\therefore AO=AD+OD=5+r$ ,  $AB=AD+BD=5+2r$ ,  
 在 $\text{Rt}\triangle AEO$ 中,  $AO^2=AE^2+OE^2$ ,  
 $\therefore (5+r)^2=10^2+r^2$ ,  
 $\therefore r=7.5$ ,  
 $\therefore AO=5+r=12.5$ ,  $AB=5+2r=20$ ,  
 $\therefore \sin \angle A = \frac{OE}{AO} = \frac{BC}{AB}$ ,  
 $\therefore \frac{7.5}{12.5} = \frac{BC}{20}$ ,  
 $\therefore BC=12$ .

9. 解: 根据题意 $B$ 的纵坐标为 $-4$ ,

把 $y=-4$ 代入 $y=-\frac{1}{25}x^2$ ,

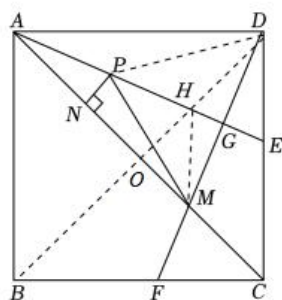
得 $x=\pm 10$ ,

$\therefore A(-10, -4)$ ,  $B(10, -4)$ ,

$\therefore AB=20m$ .

即水面宽度 $AB$ 为 $20m$ .

10. 解: 如图,



$\therefore \triangle AGM \cong \triangle AGD$  (ASA),

$PM=PD$ ,

$\therefore PM+PN \geq DO$ ,

即 $PM+PN$ 的最小值是 $DO$ 的长,

$\therefore BD = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$ ,

$\therefore DO = \frac{1}{2}BD = 2\sqrt{2}$

$\therefore PM+PN$ 的最小值为 $2\sqrt{2}$ ,

### 二. 填空题

11. 
$$\begin{cases} x+y=19 \\ 3x+\frac{1}{3}y=33 \end{cases};$$

12. 乙;

13. 6;

14.  $35^\circ, 50^\circ, 110^\circ, 125^\circ$ ;

15. 21;

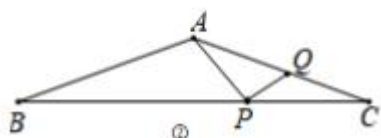
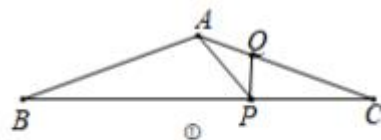
14. 【提示】

①当 $\angle APC - \angle PAC = 90^\circ$ 时,

过点 $P$ 作 $PQ \perp BC$ 交 $AC$ 于点 $Q$ ,

$\therefore \angle PAC = \angle APQ = 35^\circ$ ,

$\therefore \angle APC = 125^\circ$ ,



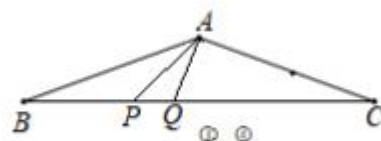
②当 $\angle APC - \angle C = 90^\circ$ 时, 过点 $P$ 作 $PQ \perp AP$ 交 $AC$ 于点 $Q$ ,

$\therefore \angle APC = 110^\circ$  第01页  $^\circ$ ,

③当 $\angle PAC - \angle C = 90^\circ$ 时,

$\therefore \angle PAC = 110^\circ$ ,

$\therefore \angle APC = 50^\circ$ ,



④当 $\angle PAC - \angle APC = 90^\circ$ 时,

$\therefore \angle APC = 35^\circ$ .

15. 解: 由题知,

$a_1=1$ ,  $a_2=3=1+2$ ,  $a_3=6=1+2+3$ ,  $a_4=10=$

$1+2+3+4$ ,  $a_5=15=1+2+3+4+5$ ,  $\dots$ ,

所以 $a_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$  ( $n$ 为正整数).

当 $n=10$ 时,

$a_{10} = \frac{10 \times 11}{2} = 55$ ,

所以 $a_{10} - 2a_5 - 4 = 55 - 2 \times 15 - 4 = 21$ .

三. 解答题

16. 解: 原式 =  $\frac{1}{(x-3)^2}$

由  $x^2 - 2x - 3 = 0$ , 得  $x_1 = 3, x_2 = -1$ ,

当  $x = 3$  时, 原分式无意义,

$\therefore$  当  $x = -1$  时,

原式 =  $\frac{1}{16}$ .

17. (1) 证明:  $\because AB \parallel CD$ ,

$\therefore \angle ABF = \angle CDE$ ,

$\because AF \perp AB, CE \perp CD$

$\therefore \angle BAF = \angle DCE = 90^\circ$ ,

$\because BE = EF = FD$ ,

$\therefore BE + EF = FD + EF$ ,

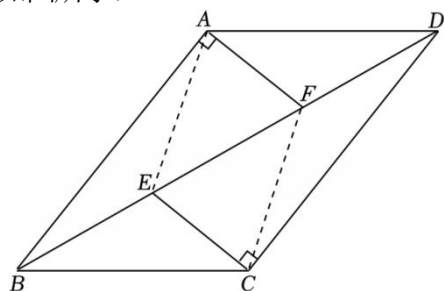
即  $BF = DE$ ,

在  $\triangle ABF$  和  $\triangle CDE$  中,

$$\begin{cases} \angle ABF = \angle CDE \\ \angle BAF = \angle DCE = 90^\circ \\ BF = DE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABF \cong \triangle CDE$  (AAS);

(2) 解: 四边形  $AECF$  是菱形, 理由如下:  
如图所示:



$\because \angle ABD = 30^\circ, AB \parallel CD$ ,

$\therefore \angle CDB = \angle ABD = 30^\circ$ ,

$\because BE = EF, \angle BAF = 90^\circ$ ,

$\therefore AE$  是  $Rt\triangle ABF$  斜边  $BF$  上的中线,

$\therefore AE = \frac{1}{2}BF$ ,

在  $Rt\triangle ABF$  中,  $\angle ABD = 30^\circ$ ,

$\therefore AF = \frac{1}{2}BF$ ,

$\therefore AE = AF = \frac{1}{2}BF$ ,

同理:  $CE = CF = \frac{1}{2}DE$ ,

$\because BF = DE$ ,

$\therefore AE = AF = CE = CF$ ,

又  $\because \angle EAF \neq 90^\circ$ ,

$\therefore$  四边形  $AECF$  是菱形.

18. 解: (1) 设甲每天需工程费  $x$  元、乙工程队每天需工程费  $(x - 500)$  元,

由题意,  $\frac{12000}{x} = \frac{9000}{x-500}$ ,

解得  $x = 2000$ ,

经检验,  $x = 2000$  是分式方程的解.

答: 甲每天需工程费 2000 元、乙工程队每天需工程费 1500 元.

(2) ① 设甲平整  $x$  天, 则乙平整  $y$  天.

由题意,  $45x + 30y = 2400$  ①,

且  $2000x + 1500y \leq 110000$  ②,

由 ① 得到  $y = 80 - 1.5x$  ③,

解得,  $x \geq 40$ ,

$\because y > 0$ ,

$\therefore 80 - 1.5x > 0$ ,

$x < 53.3$ ,

$\therefore 40 \leq x < 53.3$ ,

$\because x, y$  是正整数,

$\therefore x = 40, y = 20$

或  $x = 42, y = 17$

或  $x = 44, y = 14$

或  $x = 46, y = 11$

或  $x = 48, y = 8$

或  $x = 50, y = 5$

或  $x = 52, y = 2$ .

$\therefore$  甲乙两工程队分别工作的天数共有 7 种可能.

② 总费用  $w = 2000x + 1500(80 - 1.5x)$   
 $= -250x + 120000$ ,

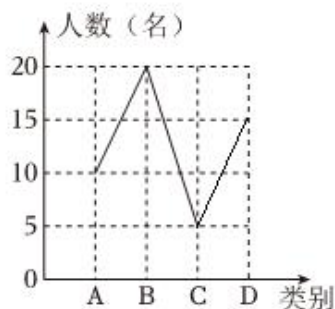
$\because -250 < 0$ ,

$\therefore w$  随  $x$  的增大而减小,

$\therefore x = 52$  时,  $w$  的最小值 = 107000 (元).

答: 最低费用为 107000 元.

19. 解: (1) 50;

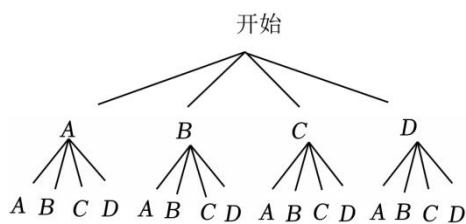


(2)  $36^\circ$ ;

(3)  $2000 \times \frac{15}{50} = 600$  (人).

$\therefore$  估计全校 2000 名学生大约有 600 人选择 D 主题.

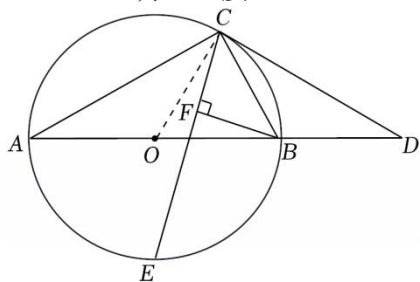
(4) 画树状图如下:



共有 16 种等可能的结果，其中他们选择相同主题的结果有 4 种，

∴他们选择相同主题的概率为  $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ .

20. (1) 证明：连接  $OC$ ，



∵  $CD$  与  $\odot O$  相切于点  $C$ ，

∴  $\angle OCD = 90^\circ$ ，

∵  $\angle D = 30^\circ$ ，

∴  $\angle COD = 90^\circ - \angle D = 60^\circ$ ，

∴  $\angle A = \frac{1}{2} \angle COD = 30^\circ$ ，

∴  $\angle A = \angle D = 30^\circ$ ，

∴  $CA = CD$ ；

(2) 解：∵  $AB$  为  $\odot O$  的直径，

∴  $\angle ACB = 90^\circ$ ，

∵  $\angle A = 30^\circ$ ， $AB = 12$ ，

∴  $BC = \frac{1}{2} AB = 6$ ，

∵  $CE$  平分  $\angle ACB$ ，

∴  $\angle BCE = \frac{1}{2} \angle ACB = 45^\circ$ ，

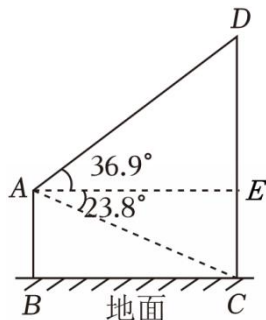
∵  $BF \perp CE$ ，

∴  $\angle BFC = 90^\circ$ ，

∴  $BF = BC \cdot \sin 45^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$ ，

∴ 线段  $BF$  的长为  $3\sqrt{2}$ 。

21. 解：过点  $A$  作  $AE \perp CD$ ，垂足为点  $E$ ，



由题意得：四边形  $ABCE$  为矩形，

所以  $CE = AB = 13.20m$ ，

在  $Rt\triangle ACE$  中， $\tan \angle CAE = \frac{CE}{AE}$ ，

所以

$$AE = \frac{CE}{\tan \angle CAE} = \frac{13.20}{\tan 23.8^\circ} \approx \frac{13.20}{0.44} = 30.0 (m)$$

在  $Rt\triangle ADE$  中，

$$\cos \angle DAE = \frac{AE}{AD}$$

$$\text{所以 } AD = \frac{AE}{\cos \angle DAE} = \frac{30.0}{\cos 36.9^\circ} \approx \frac{30.0}{0.80} = 37.5 (m)$$

因此， $AD$  的长约为  $37.5m$ 。

22. 解：(1) ∵ 点  $P(-3, c)$  在二次函数  $y = x^2 + bx + c$  的图象上，

$$\therefore c = 9 - 3b + c,$$

解得： $b = 3$ ，

∴ 二次函数的解析式为

$$y = x^2 + 3x + c,$$

∴ 此函数图象的对称轴为

$$\text{直线 } x = -\frac{b}{2a} = -\frac{3}{2};$$

(2) 由 (1) 的二次函数的解析式为

$$y = x^2 + 3x + c,$$

$$\therefore c = 2,$$

∴ 二次函数的解析式为

$$y = x^2 + 3x + 2 = (x + \frac{3}{2})^2 - \frac{1}{4},$$

$$\therefore 1 > 0,$$

∴  $x = -\frac{3}{2}$  时， $y$  有最小值，

$$y_{\text{最小}} = -\frac{1}{4},$$

$$\therefore -5 \leq x \leq 1,$$

∴ 当  $x = -5$  时，

$$y = (-5 + \frac{3}{2})^2 - \frac{1}{4} = 12,$$

$$\text{当 } x = 1 \text{ 时， } y = (1 + \frac{3}{2})^2 - \frac{1}{4} = 6,$$

$$\therefore 12 > 6,$$

∴ 当  $x = -5$  时， $y$  有最大值，

$$y_{\text{最大}} = 12,$$

综上， $y_{\text{最大}} = 12$ ， $y_{\text{最小}} = -\frac{1}{4}$ ；

(3) ∵ 二次函数  $y = x^2 + bx + c$  的对称轴为直线  $x = -$

$$\frac{b}{2a} = -\frac{b}{2},$$

又  $\therefore 1 > 0$ ，

∴在直线 $x = -\frac{b}{2}$ 的右边,  $y$  随  $x$  的增大而增大,  
在直线 $x = -\frac{b}{2}$ 的左边,  $y$  随  $x$  的增大而减小,

∴当  $1 \leq x \leq 3$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大; 当  $-3 \leq x \leq -2$  时,  $y$  随  $x$  的增大而减小,

$$\therefore -2 \leq -\frac{b}{2} \leq 1,$$

解得:  $-2 \leq b \leq 4$ .

∴若该函数当  $1 \leq x \leq 3$  时,

$y$  随  $x$  的增大而增大;

当  $-3 \leq x \leq -2$  时,

$y$  随  $x$  的增大而减小,

则  $b$  的取值范围是  $-2 \leq b \leq 4$ .

23. (1) ①证明: ∵  $AB = AC$ ,  $\angle BAC = \alpha = 60^\circ$ ,

∴  $\triangle ABC$  是等边三角形,

$$\therefore \angle ABC = \angle BCA$$

$$= \angle ACB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle EAD = \alpha = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC + \angle BAD$$

$$= \angle EAD + \angle BAD,$$

即  $\angle BAE = \angle CAD$ ,

∴在  $\triangle ABE$  和  $\triangle ACD$  中,

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle BAE = \angle CAD, \\ AE = AD \end{cases}$$

∴  $\triangle ABE \cong \triangle ACD$  (SAS),

$$\therefore BE = CD,$$

$$\angle ABE = \angle ACD = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle EBF$$

$$= 180^\circ - \angle ABE - \angle ABC$$

$$= 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ,$$

∴  $EF \perp BC$ ,

∴在  $\text{Rt}\triangle BEF$  中,

$$BE = \frac{BF}{\cos \angle EBF} = \frac{BF}{\cos 60^\circ} = 2BF,$$

$$\therefore CD = BD + BC = BF + DF + BC,$$

$$CD = BE = 2BF,$$

$$\therefore 2BF = BF + DF + BC,$$

$$\therefore BF = DF + BC;$$

②解:  $BF = DF - BC$ , 理由如下:

$$\therefore AB = AC, \angle BAC = \alpha = 60^\circ,$$

∴  $\triangle ABC$  是等边三角形,

$$\therefore \angle ABC = \angle BCA = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD = 180^\circ - \angle BCA$$

$$= 120^\circ,$$

$$\therefore 4\angle BAC = \angle EAD = \alpha = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC - \angle EAC$$

$$= \angle EAD - \angle EAC,$$

即  $\angle BAE = \angle CAD$ ,

∴在  $\triangle ABE$  和  $\triangle ACD$  中,

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle BAE = \angle CAD, \\ AE = AD \end{cases}$$

∴  $\triangle ABE \cong \triangle ACD$  (SAS),

$$\therefore BE = CD,$$

$$\angle ABE = \angle ACD = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle EBF = \angle ABE - \angle ABC = 120^\circ - 60^\circ = 60^\circ,$$

∴  $EF \perp BC$ ,

∴在  $\text{Rt}\triangle BEF$  中,

$$BE = \frac{BF}{\cos \angle BEF} = \frac{BF}{\cos 60^\circ} = 2BF,$$

$$\therefore CD = BD - BC = BF + DF - BC,$$

$$CD = BE = 2BF,$$

$$\therefore 2BF = BF + DF - BC,$$

$$\therefore BF = DF - BC;$$

(2) 解: ∵  $AB = AC$ ,

$$\angle BAC = \alpha = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle BCA$$

$$= \frac{1}{2}(180^\circ - \angle BAC) = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle EAD = \alpha = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC + \angle BAD$$

$$= \angle EAD + \angle BAD,$$

即  $\angle DAC = \angle EAB$ ,

∴在  $\triangle ABE$  和  $\triangle ACD$  中,

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle BAE = \angle CAD, \\ AE = AD \end{cases}$$

∴  $\triangle ABE \cong \triangle ACD$  (SAS),

$$\therefore BE = CD,$$

$$\angle ABE = \angle ACD = 30^\circ$$

$$\therefore \angle EBC = \angle EBA + \angle ABC$$

$$= 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ,$$

∴  $EF \perp BC$ ,

∴在  $\text{Rt}\triangle BEF$  中,

$$BE = \frac{BF}{\cos \angle BEF} = \frac{BF}{\cos 60^\circ} = 2BF,$$

$$\therefore CD = BC + BD = DF - BF + BC,$$

$$CD = BE = 2BF,$$

$$\therefore 2BF = DF + BC - BF,$$

$$\therefore 3BF = DF + BC.$$

## 成思正品—04

## 一. 选择题

1. C; 2. C; 3. B; 4. B; 5. D; 6. A;

7. A; 8. B; 9. C; 10. C;

10. 解: 设  $P$  点坐标为  $(x, y)$ , $\therefore$  矩形的周长等于  $2 \times$  相邻两边的和,

$$\therefore 2 \times (x+y) = 10,$$

整理得:  $y = -x+5$ .

## 二. 填空题

11. 甲;

12. 4;

13.  $x \leq 1$ ;

14. 31;

15.  $\frac{35}{3}$ ;

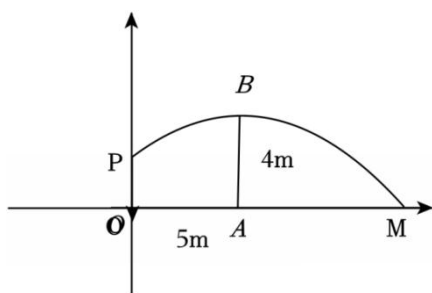
14. 解: 由图可知:

第 1 个图形有 1 个正方形,

第 2 个图形有  $1+2^1=3$  个正方形,第 3 个图形有  $1+2^1+2^2=7$  个正方形, $\therefore$  第 5 个图形中共有

$$1+2^1+2^2+2^3+2^4=31 \text{ 个正方形,}$$

15. 解: 如图,

由题意可知,  $P(0, \frac{7}{4})$ ,  $B(5, 4)$ ,  $\therefore y = a$ 

$$(x-5)^2 + 4,$$

$$y = -\frac{9}{100}(x-5)^2 + 4,$$

 $M(x, 0)$  为抛物线与  $x$  轴的交点,

即  $y = -\frac{9}{100}(x-5)^2 + 4 = 0,$

解得:  $x_1 = \frac{35}{3}$ ,  $x_2 = -\frac{5}{3}$  (舍),

$$\therefore OM = \frac{35}{3}m.$$

## 三. 解答题

16. 解: (1) 原式  $= 1 + 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 - \sqrt{3} = 2.$ 

(2) 原式

$$= \frac{(a+b)^2}{a(a+b)} - \frac{(a+b)(a-b)}{a+b} \cdot \frac{2}{a-b} + 2$$

$$= \frac{a+b}{a} - 2 + 2$$

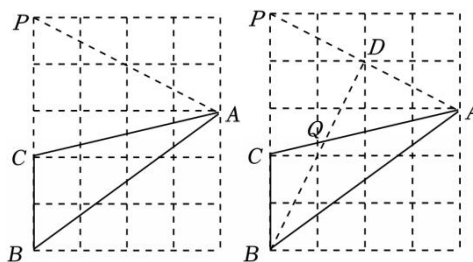
$$= \frac{a+b}{a}$$

当  $a=1$ ,  $b=2$  时,

原式  $= \frac{a+b}{a} = \frac{1+2}{1} = 3$

17. 解: (1) 如下左图, 点  $P$  即为所求;由勾股定理, 得:  $AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5;$ 

$$\therefore AB = BP,$$

故  $\triangle ABP$  为等腰三角形;(2) 如上右图,  $BQ$  即为所求;

证明如下:

由 (1) 知:  $\triangle ABP$  为等腰三角形,  $AB = BP,$  $\therefore D$  为  $AP$  的中点, $\therefore BD$  平分  $\angle ABP$ , 即:  $BQ$  平分  $\angle ABC.$

18. 解: (1) 设该种衬衫每次降价的百分率为  $x$ ,

根据题意可得:  $400(1-x)^2=256$

解得,  $x_1=0.2, x_2=1.8$  (舍去),

答: 该种衬衫每次降价的百分率是 20%;

(2) 设第一次降价后要售出  $y$  件, 则降价销售的总利润不少于 22880 元,

$$400(1-20\%)y$$

$$+400(1-20\%)^2(200-y)$$

$$-180 \times 200 \geq 22880,$$

解得,  $y \geq 120$ ,

答: 商场为了使降价销售的总利润不少于 22800 元, 第一次降价后至少要售出 120 件该种衬衫.

19. 解: (1) 由题意可得: 本次抽取七年级学生的样本容量是 50,

故答案为: 50;

$$(2) a\% = \frac{8}{50} \times 100\% = 16\%,$$

即  $a=16$ ;

$$b\% = 1 - 16\% - 12\% - 14\% - 36\% \\ = 22\%,$$

即  $b=22$ ,

$$\because 50 - 4 - 6 - 7 - 20 = 13,$$

$\therefore C$  组的频数是 13;

故答案为: 16, 22, 13;

(3) 将抽取的 50 名八年级学生成绩从小到大排列, 处在第 25、26 位的两个数为 92 和 94, 因此本次抽取八年级学生成绩的中位数

$$m = \frac{92+94}{2} = 93,$$

本次抽取七年级学生成绩的中位数落在  $D$  组,

故答案为: 93,  $D$ ;

(4) 样本中七年级学生成绩的方差为 57.4, 而八

年级学生成绩的方差为 49.2, 由于  $57.4 > 49.2$ ,

因此八年级的学生测试成绩较整齐;

故答案为: 八;

(5) 估计参加此次测试的学生中, 该年级成绩不

低于 95 分的学生有:  $400 \times \frac{20}{50} = 160$  (人),

故答案为: 160.

20. (1) 证明:  $\because AB=AC, OC=OD,$

$$\therefore \angle B = \angle ACB = \angle ODC,$$

$$\therefore OD \parallel AB,$$

$$\because DE \perp AB,$$

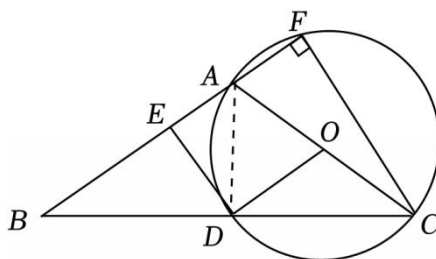
$$\therefore DE \perp OD,$$

$\because OD$  为  $\odot O$  的半径,

$\therefore DE$  为  $\odot O$  的切线;

(2) 解: 如图,  $AC$  是  $\odot O$  的直径  $\angle AFC=90^\circ$ ,

连接  $AD$ ,



$\therefore \angle AFC = \angle ADC = 90^\circ$ , 即  $BF \perp CF, AD \perp BC$ ,

$$\because AB=AC,$$

$$\therefore BD=CD,$$

$$\because \sin B = \frac{3}{5} = \frac{CF}{BC}, \quad CF=12,$$

$$\therefore BC=20,$$

在直角三角形  $BCF$  中, 由勾股定理得:  $BF =$

$$\sqrt{BC^2 - CF^2} = \sqrt{20^2 - 12^2} = 16,$$

$$\because DE \perp BF,$$

$$\therefore DE \parallel CF,$$

$$\therefore \frac{BE}{EF} = \frac{BD}{CD} = 1,$$

$$\therefore EF = BE = \frac{1}{2}BF = 8.$$

21. 解: 设  $PH=x$  万千米,

$\therefore$  在  $\text{Rt}\triangle PHB$  中,  $\angle PHB=90^\circ$ ,

$$\angle ABP=89^\circ 25'37.43'' ,$$

$$\therefore BH = \frac{PH}{\tan \angle ABP} = \frac{x}{\tan 89^\circ 25'37.43''}$$

$$\approx \frac{x}{100},$$

$\therefore$  在  $\text{Rt}\triangle PHA$  中,  $\angle PHA=90^\circ$ ,

$$\angle BAP=89^\circ 22'38.09'' ,$$

$$\therefore AH = \frac{PH}{\tan \angle BAP} = \frac{x}{\tan 89^\circ 22'38.09''}$$

$$\approx \frac{x}{92},$$

$\therefore AH+BH=AB \approx 0.8$  (万千米),

$$\therefore \frac{x}{100} + \frac{x}{92} = 0.8,$$

解得  $x \approx 38$ ,

即  $PH \approx 38$  (万千米),

答: 月球与地球之间的近似距离  $PH$  约为 38 万千米.

22. 解: (1) 将  $(-1, -2)$  代入

$$y=x^2 - 2mx+m^2 - 2 \text{ 得}$$

$$-2=1+2m+m^2 - 2,$$

解得  $m = -1$ ,

$$\therefore y=x^2+2x-1.$$

(2) 将  $x = -2$  代入  $y=x^2 - 2mx+m^2 - 2$  得  $y_p =$

$$m^2+4m+2 = (m+2)^2 - 2,$$

$\therefore m = -2$  时,  $y_p$  取最小值,

$$\therefore y=x^2+4x+2 = (x+2)^2 - 2,$$

$\therefore x < -2$  时,  $y$  随  $x$  增大而减小,

$$\therefore x_1 < x_2 < -2,$$

$$\therefore y_1 > y_2.$$

$$(3) \therefore y=x^2 - 2mx+m^2 - 2$$

$$= (x-m)^2 - 2,$$

$\therefore$  抛物线顶点坐标为  $(m, -2)$ ,

$\therefore$  抛物线随  $m$  值的变化而左右平移,

将  $(0, 2)$  代入  $y=x^2 - 2mx+m^2 - 2$  得  $m^2 - 2 =$

2,

解得  $m=2$  或  $m=-2$ ,

将  $(2, 2)$  代入  $y=x^2 - 2mx+m^2 - 2$  得  $2=4 -$

$4m+m^2 - 2$ ,

解得  $m=0$  或  $m=4$ ,

$\therefore -2 \leq m \leq 0$  时, 抛物线对称轴在点  $A$  左侧,

抛物线与线段  $AB$  有交点,

$2 \leq m \leq 4$  时, 抛物线对称轴在点  $A$  右侧, 抛物

线与线段  $AB$  有交点.

$\therefore -2 \leq m \leq 0$  或  $2 \leq m \leq 4$ .

23. (1) 证明: 如图 1, 设  $CE, DF$  交于点  $G$ ,

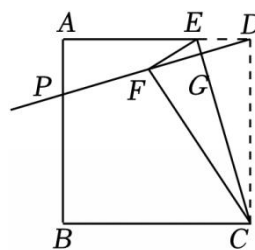


图1

将正方形沿着  $CE$  折叠, 点  $D$  落在点  $F$  处,

即  $\triangle DEC$  与  $\triangle FEC$  关于  $EC$  轴对称,

$$\therefore CE \perp DF, DE=EF,$$

$$\therefore \angle CGD=90^\circ ,$$

$$\therefore \angle DCG + \angle CDG=90^\circ ,$$

$\therefore$  四边形  $ABCD$  是正方形,

$$\therefore \angle ADC = \angle A = 90^\circ , CD=AD,$$

$$\therefore \angle ADP + \angle CDG=90^\circ ,$$

$$\therefore \angle ADP = \angle DCE,$$

在 $\triangle ADP$ 与 $\triangle DCE$ 中,

$$\begin{cases} \angle ADP = \angle DCE \\ AD = DC \\ \angle A = \angle ADC = 90^\circ \end{cases},$$

$\therefore \triangle ADP \cong \triangle DCE$  (ASA),

$\therefore DE = AP$ ,

$\therefore AP = EF$ ;

(2) 解: 点 $Q$ 的位置确定,  $BQ=9$ ; 理由如下:

如图2, 连接 $EQ$ ,

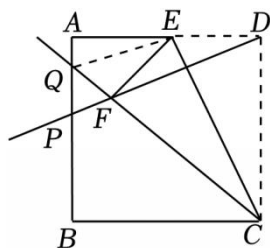


图2

由折叠可知:  $EF = DE$ ,  $CF = CD = 12$ ,  $\angle EFQ = \angle EFC = \angle ADC = 90^\circ$ ,

$\therefore$ 点 $E$ 是 $AD$ 的中点,

$\therefore AE = DE$ ,

$\therefore AE = EF$ ,

$\therefore \angle A = \angle EFQ = 90^\circ$ ,

在 $\text{Rt}\triangle AEQ$ 与 $\text{Rt}\triangle FEQ$ 中,

$$\begin{cases} QE = QE \\ AE = EF \end{cases},$$

$\therefore \text{Rt}\triangle AEQ \cong \text{Rt}\triangle FEQ$  (HL),

$\therefore AQ = FQ$ ,

设 $BQ = x$ , 则 $FQ = AQ = 12 - x$ ,

在 $\text{Rt}\triangle BCQ$ 中,  $CQ = CF + FQ = 24 - x$ ,  $BQ = x$ ,  $BC = 12$ ,

$$\therefore (24 - x)^2 - x^2 = 12^2,$$

解得:  $x = 9$ ,

$\therefore BQ = 9$ ;

(3) 解: 取 $CD$ 的中点 $O$ , 再取 $OC$ 的中点 $I$ ,

连接 $OG, HI, BI$ , 如图3,

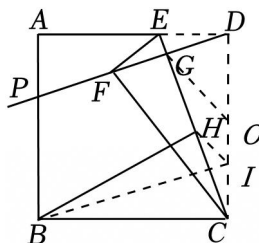


图3

$\therefore \angle CGD = 90^\circ$ ,

$\therefore OG = \frac{1}{2}CD = 6$ ,

$\therefore$ 点 $H$ 是 $CG$ 的中点, 则 $HI$ 是 $\triangle COG$ 的中位线,

$\therefore HI = \frac{1}{2}OG = 3$ ,

$\therefore \angle BCD = 90^\circ$ ,  $BC = AB = 12$ ,

$CI = \frac{1}{2}OC = \frac{1}{4}CD = 3$ ,

$\therefore BI = \sqrt{12^2 + 3^2} = 3\sqrt{17}$ ,

$\therefore BH \geq BI - HI = 3\sqrt{17} - 3$ ,

$\therefore$ 当 $B, H, I$ 共线时,

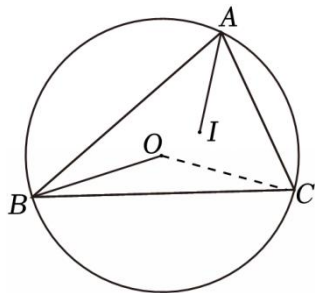
$BH$ 的最小值为 $3\sqrt{17} - 3$ .

## 成思正品—05

## 一. 选择题

1. A; 2. B; 3. B; 4. D; 5. D; 6. D;  
7. C; 8. A; 9. C; 10. C;

9. 解: 连接  $OC$ ,  
 $\therefore \angle BAC = 2\angle CAI = 70^\circ$ ,  
 $\therefore$  点  $O$  是  $\triangle ABC$  外接圆的圆心,  
 $\therefore \angle BOC = 2\angle BAC = 140^\circ$ ,  
 $\therefore OB = OC$ ,  
 $\therefore \angle OBC = \angle OCB = 20^\circ$ ,



10. 解: 根据两个动点的运动状态可知

(1) 当  $0 \leq t \leq 1$  时,  $S = \frac{1}{2} \times 2t \times 2t = 2t^2$ , 此时抛物线开口向上;

(2) 当  $1 \leq t \leq 2$  时,

$$S = 2 \times 2 - 2 \times \frac{1}{2} \times 2 \times (2t - 2) - \frac{1}{2} (4 - 2t)^2$$

$$= -2t^2 + 4t,$$

此时抛物线的开口向下.

## 二. 填空题

11.  $\frac{1}{2}$ ;  
12.  $\frac{2.5}{2}$ ;  
13.  $\frac{3}{2}$ ;  
14.  $(6, 2)$ ;  
15. 99;

11. 解:  $\because a, b$  是方程  $x^2 + x - 1 = 0$  的两个根,

$$\therefore a + b = -1, ab = -1,$$

$$\therefore a^2b + ab^2 = ab(a + b) = -1 \times (-1) = 1.$$

12. 解:  $\because y = 200 - 80x$ ,

$$\text{令 } y = 0, \text{ 则 } 200 - 80x = 0,$$

$$\therefore x = 2.5,$$

$\therefore$  轿车从  $A$  地到达  $B$  地所用时间是 2.5 小时,

13. 解: 由题意,  $C(0, -2), B(2, 0)$ ,

$$\therefore S_{\triangle BOC} = 2,$$

$$\therefore S_{\triangle AOB} : S_{\triangle BOC} = 1 : 2,$$

$$\therefore S_{\triangle AOB} = 1,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 2 \times y_A = 1,$$

$$\therefore y_A = 1.$$

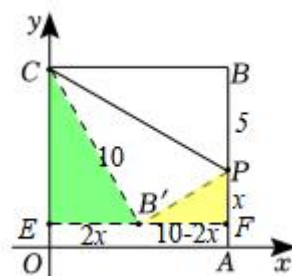
把  $y = 1$  代入  $y = x - 2$ ,

$$\therefore x = 3,$$

$$\therefore A(3, 1).$$

$$\therefore k = 3 \times 1 = 3.$$

14. 【提示】:



如图:  $\triangle B'PF \sim \triangle CB'E$ , 且相似比是 1:2, 在  $\text{Rt} \triangle B'PF$  中, 运用勾股定理建构方程, 可求得  $PF = 3$ , 进而得到  $B'(6, 2)$ .

15. 解: 横纵坐标和是 0 的有 1 个点,

横纵坐标和是 1 的有 2 个点,

横纵坐标和是 2 的有 3 个点,

.....,

横纵坐标和是 12 的有 13 个点,

$$\therefore 1 + 2 + \dots + 12 + 13 = \frac{1}{2} \times 13 \times (13 + 1) = 91,$$

$\therefore$  横纵坐标和是 13 的有 14 点, 分别为:  $(13,$

$0)$ 、 $(12, 1)$ 、 $(11, 2)$ 、 $(10, 3)$ 、 $(9,$

$4)$ 、 $(8, 5)$ 、 $(7, 6)$ 、 $(6, 7)$ 、 $(5, 8)$ 、

$(4, 9)$ 、 $(3, 10)$ 、 $(2, 11)$ 、 $(1, 12)$ 、

$(0, 13)$ 、

$\therefore (6, 7)$  是第  $91 + 8 = 99$  个点,

## 三. 解答题

16. 解: (1)  $-\sqrt{3} - 1$ ;

$$(2) \text{原式} = \left[ \frac{a^2 - 3a}{(a-3)^2} - \frac{a^2 - 9}{(a-3)^2} \right] \cdot \frac{a-3}{a(a+3)}$$

$$= \frac{3(3-a)}{(a-3)^2} \cdot \frac{a-3}{a(a+3)}$$

$$= \frac{-3}{a(a+3)}$$

$$= \frac{-3}{a^2+3a},$$

$$\therefore a^2+3a-5=0.$$

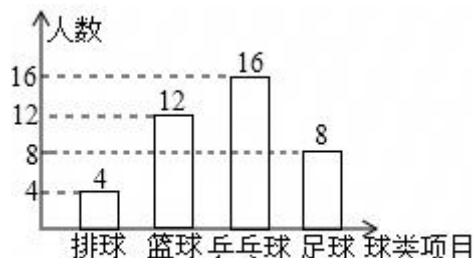
$$\therefore a^2+3a=5,$$

$$\therefore \text{原式} = -\frac{3}{5}.$$

17. 证明: (1)  $\because AB \perp AC$ ,  
 $E$  为  $BC$  的中点,  
 $\therefore AE=BE=EC$ ,  
 $\therefore EF \perp AC$ ,  
 $\therefore EF$  垂直平分  $AC$ ,  
 $\therefore AG=GC$ ,  
 $\therefore$  四边形  $ABCD$  是平行四边形,  
 $\therefore AD \parallel BC$ ,  
 $\therefore \angle DAC = \angle ACB$ ,  
 又  $\because \angle AGF = \angle CGE$ ,  
 $\therefore \triangle AGF \cong \triangle CGE$  (ASA);  
 (2)  $\because \triangle AGF \cong \triangle CGE$ ,  
 $\therefore AF=CE$ ,  
 又  $\because AF \parallel CE$ ,  
 $\therefore$  四边形  $AECF$  是平行四边形,  
 又  $\because EF \perp AC$ ,  
 $\therefore \square AECF$  是菱形.

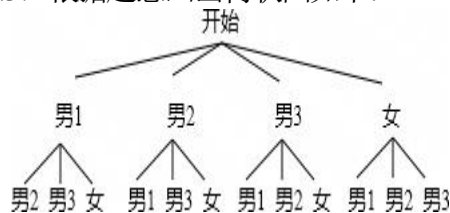
18. 解: (1) 设大货车用  $x$  辆, 则小货车用  $(20-x)$  辆, 根据题意得  
 $16x+10(20-x)=248$ ,  
 解得  $x=8$ ,  
 $20-x=20-8=12$ .  
 答: 大货车用 8 辆, 小货车用 12 辆.  
 (2) 设运往甲地的大货车是  $a$ , 那么运往乙地的大货车就应该是  $(8-a)$ , 运往甲地的小货车是  $(9-a)$ , 运往乙地的小货车是  $(3+a)$ ,  
 $w=620a+700(8-a)+400(9-a)+550[12-(9-a)]$   
 $=70a+10850$ ,  
 则  $w=70a+10850$  ( $0 \leq a \leq 8$  且为整数);  
 $k=70 > 0$ ,  $w$  随  $a$  的增大而增大,  
 $\therefore$  当  $a=0$  时,  $W$  最小,  
 最小值为:  $W=10850$  (元).  
 答: 使总运费最少的调配方案是: 0 辆大货车、9 辆小货车前往甲地; 8 辆大货车、3 辆小货车前往乙地. 最少运费为 10850 元.

19. 解: (1) 九 (1) 班的学生人数为:  $12 \div 30\% = 40$  (人),  
 喜欢足球的人数为:  
 $40 - 4 - 12 - 16 = 40 - 32 = 8$  (人),  
 补全统计图如图所示;



图①

- (2) 扇形统计图中表示“排球”的扇形的圆心角度数为  $360^\circ \times \frac{4}{40} = 36^\circ$ ;  
 (3) 根据题意画出树状图如下:



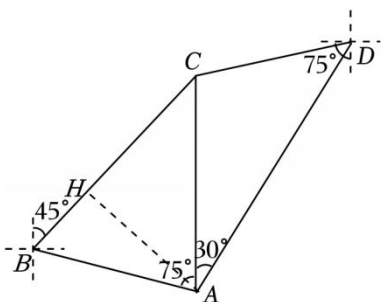
- $\therefore$  一共有 12 种情况, 恰好是 1 男 1 女的情况有 6 种,  
 $\therefore$  选出的 2 名学生恰好是 1 男 1 女的概率为  $\frac{1}{2}$ .

20. (1) 证明:  $\because OB=OC$ ,  
 $\therefore \angle OBC = \angle OCB$ ,  
 $\because E$  为弦  $BC$  的中点,  
 $\therefore OE \perp BC$ ,  
 $\therefore OE$  垂直平分  $BC$ ,  
 点  $P$  在  $OE$  的延长线上,  
 $\therefore PB=PC$ ,  
 $\therefore \angle PBC = \angle PCB$ ,  
 $\because CP$  与  $\odot O$  相切于点  $C$ ,  
 $\therefore CP \perp OC$ ,  
 $\therefore \angle OBP = \angle OBC + \angle PBC$   
 $= \angle OCB + \angle PCB = \angle OCP = 90^\circ$ ,  
 $\because OB$  是  $\odot O$  的半径, 且  $PB \perp OB$ ,  
 $\therefore PB$  为  $\odot O$  的切线.

- (2) 解:  $\because OE \perp BC$  于点  $E$ ,  $DH \perp AB$  于点  $H$ ,  
 $\therefore \angle OEB = \angle OHD = 90^\circ$ ,  
 $\because \angle EOB = \angle HOD$ ,  $OB = OD$ ,  
 $\therefore \triangle EOB \cong \triangle HOD$  (AAS),

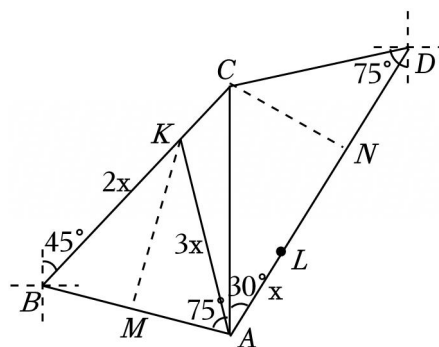
$\therefore OE=OH,$   
 $\therefore OB - OH=OD - OE,$   
 $\therefore BH=DE,$   
 $\therefore \angle BHF=\angle DEF=90^\circ,$   
 $\angle BFH=\angle DFE,$   
 $\therefore \triangle BFH \cong \triangle DFE \text{ (AAS)},$   
 $\therefore BF=DF=4,$   
 $\therefore CF=8,$   
 $\therefore BC=CF+BF=8+4=12,$   
 $\therefore BE=CE=\frac{1}{2}BC=6,$   
 $\therefore EF=BE - BF=6 - 4=2,$   
 $\therefore DE=\sqrt{DF^2 - EF^2}=\sqrt{4^2 - 2^2}=2\sqrt{3},$   
 $\therefore OE^2+BE^2=OB^2,$   
 且  $OE=OD - DE=OB - 2\sqrt{3},$   
 $\therefore (OB - 2\sqrt{3})^2+6^2=OB^2,$   
 解得  $OB=4\sqrt{3},$   
 $\therefore \odot O$  的半径长为  $4\sqrt{3}.$

21. 解: (1) 过  $A$  作  $AH \perp BC$  于  $H,$



由题意得,  $\angle ACB=45^\circ, \angle CAB=75^\circ,$   
 $\therefore \angle ABC=180^\circ - 75^\circ - 45^\circ = 60^\circ,$   
 $\therefore \angle AHB=\angle AHC=90^\circ, AB=200 \text{ 米},$   
 $\therefore BH=\frac{1}{2}AB=100 \text{ (米)},$   
 $AH=\frac{\sqrt{3}}{2}AB=100\sqrt{3} \text{ (米)},$   
 $\therefore \angle AHC=90^\circ, \angle ACH=45^\circ,$   
 $\therefore CH=AH=100\sqrt{3} \text{ 米},$   
 $\therefore BC=BH+CH=(100+100\sqrt{3}) \text{ 米};$

(2) 如图, 假设小明到达点  $K,$  小红到达点  $L,$



设  $AL=x$  米, 则  $BK=2x$  米,  
 $AK=3x$  米,  
 过  $K$  作  $LM \perp AB$  于  $M,$   
 $\therefore \angle KMB=\angle KMA=90^\circ,$   
 $\therefore MB=\frac{1}{2}BK=x$  米,  
 $KM=\frac{\sqrt{3}}{2}BK=\sqrt{3}x$  米,  
 $\therefore AM=(200-x)$  米,  
 $\therefore AK^2=KM^2+AM^2,$   
 $\therefore (3x)^2=(\sqrt{3}x)^2+(200-x)^2,$   
 $\therefore x=400\sqrt{6}-400$  (负值舍去),  
 $\therefore AL=(40\sqrt{6}-40)$  米,  
 由 (1) 知  $AC=\sqrt{2} \times 100\sqrt{3}=100\sqrt{6}$  米,  
 过  $C$  作  $CN \perp AD$  于  $N,$   
 $\therefore \angle ANC=\angle CND=90^\circ,$   
 $\therefore \angle CAD=30^\circ,$   
 $\therefore \angle ADC=45^\circ,$   
 $\therefore CN=DN=\frac{1}{2}AC=50\sqrt{6}$  米,  $AN=\frac{\sqrt{3}}{2}AC=$   
 $150\sqrt{2}$  米,  
 $\therefore DL=AN+DN - AL$   
 $=150\sqrt{2}+50\sqrt{6}-40\sqrt{6}+40$   
 $\approx 276.6$  (米),  
 答: 小红与游客中心  $D$  之间的距离约为 276.6 米.

22. 解: (1)  $\because m=n=0,$

$\therefore (-3, 0) (1, 0)$  在二次函数图象上,

$$\therefore y=(x+3)(x-1)$$

$$=x^2+2x-3=(x+1)^2-4,$$

$\therefore$  该函数图象的顶点坐标  $(-1, -4);$

(2)  $\because m=9+6b+c, n=1-2b+c, m \leq n,$

$$\therefore n - m = -8b - 8 \geq 0,$$

$$\therefore b \leq -1,$$

(3)  $\because m=9+6b+c, n=1-2b+c,$

$$\therefore m+n=10+4b+2c=8,$$

$\therefore c = -2b - 1$ ,  
 $\therefore y = x^2 - 2bx - 2b - 1$ ,  
 $\therefore$ 该函数图象的对称轴为直线  $x = b$ ,  
 $\therefore$ 当  $b < -2$  时, 该函数在  $x = -2$  处取到最小值,  
 $\therefore 4 + 4b - 2b - 1 = -4$ ,  
 解得  $b = -3.5$ , 符合题意,  
 $\therefore$ 当  $b > 2$  时, 该函数在  $x = 2$  处取到最小值,  
 $\therefore 4 - 4b - 2b - 1 = -4$ ,  
 解得  $b = \frac{7}{6} < 2$ , 不合题意舍去,  
 $\therefore$ 当  $-2 \leq b \leq 2$  时, 该函数在  $x = b$  处取到最小值,  
 $\therefore -b^2 - 2b - 1 = -4$ ,  
 解得  $b_1 = 1, b_2 = -3$  (不合题意舍去),  
 综上所述,  $b$  的值是  $-3.5$  或  $1$ .

23. 解: (1) 结论:  $AE = BD$ ,  
 理由: 如图1中, 在  $\triangle AEC$  和  $\triangle BDC$  中,  

$$\begin{cases} AE = BC \\ \angle ACB = \angle ECD = 90^\circ \\ CE = CD \end{cases}$$
 $\therefore \triangle AEC \cong \triangle BDC$  (SAS),  
 $\therefore AE = BD$ .

(2) 结论:  $AE = CG$ .  
 理由: 如图2中,  
 $\therefore \angle ADC = \angle EDG = 90^\circ$ ,  
 $\therefore \angle CDG = \angle ADE$ ,  
 在  $\triangle CDG$  和  $\triangle ADE$  中,  

$$\begin{cases} DC = DA \\ \angle CDG = \angle ADE \\ DG = DE \end{cases}$$
 $\therefore \triangle CDG \cong \triangle ADE$  (SAS),  
 $\therefore CG = AE$ ;

(3) 如图3中, 连接  $AD, AE$ , 设  $AC$  交  $DE$  于点  $O$ .

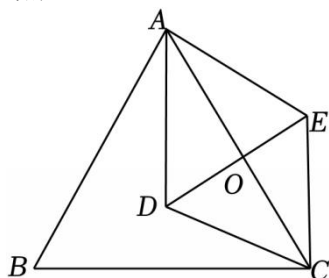


图3

$\therefore BC = AC = 6, \angle ACB = 60^\circ$ ,  
 $\therefore \triangle ABC$  是等边三角形,  
 $\therefore \triangle ECD$  也是等边三角形,

$\therefore CD = CE, \angle DCE = 60^\circ$ ,  
 $\therefore$ 四边形  $ADCE$  是平行四边形,  
 $\therefore$ 四边形  $ADCE$  是菱形,  
 $\therefore DE \perp AC, OA = OC = 3$ ,  
 $\angle ACD = \angle ACE = \frac{1}{2} \angle DCE = 30^\circ$ ,  
 $\therefore OD = OE = OC \cdot \tan 30^\circ = \sqrt{3}$ ,  
 $\therefore DE = 2OD = 2\sqrt{3}$ .

故答案为:  $2\sqrt{3}$ ;

(4) 如图4中, 连接  $EF$ .

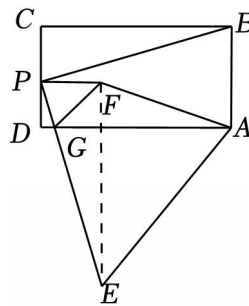


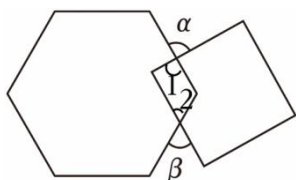
图4

由折叠的性质可得:  $BP = PE, CP = PF, \angle CPF = \angle BPE = 90^\circ$ ,  
 $\therefore \angle CPB = \angle FPE$ ,  
 $\therefore \triangle BCP \cong \triangle EFP$  (SAS),  
 $\therefore EF = BC = 6, \angle C = \angle EFP = 90^\circ$ ,  
 $\therefore \angle FPC = \angle ADC = 90^\circ$ ,  
 $\therefore AD \parallel PF$ ,  
 $\therefore AD \perp EF$ ,  
 $\therefore$ 四边形  $AEGF$  面积  
 $= \frac{1}{2} \times EF \times AG = 3AG$ ,  
 $\therefore \angle BPC + \angle PBC = 90^\circ$   
 $= \angle BPC + \angle DPG$ ,  
 $\therefore \angle CBP = \angle DPG$ ,  
 又  $\therefore \angle C = \angle D = 90^\circ$ ,  
 $\therefore \triangle BCP \sim \triangle PDG$ ,  
 $\therefore \frac{BC}{PD} = \frac{PC}{DG}$ ,  
 $\therefore DG = \frac{PC(3-PC)}{6} = \frac{-(PC-\frac{3}{2})^2 + \frac{9}{4}}{6}$ ,  
 $\therefore$ 当  $PC = \frac{3}{2}$  时,  $DG$  有最大值  $\frac{3}{8}$ ,  
 即  $AG$  的最小值为  $\frac{45}{8}$ ,  
 $\therefore$ 四边形  $AEGF$  面积  $= 3AG = \frac{135}{8}$ .

## 成思正品—06

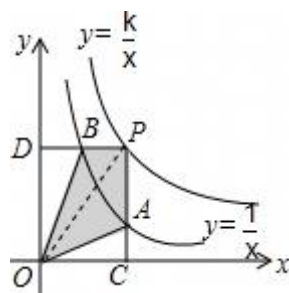
## 一. 选择题

1. B; 2. D; 3. A; 4. C; 5. D; 6. B;  
7. D; 8. C; 9. B; 10. D;  
6. 解: 如图,



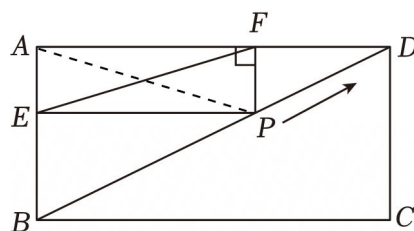
正六边形的每个内角为  $120^\circ$ ,  
正方形的每个内角为  $90^\circ$ ,  
 $\therefore$  四边形的内角  $360^\circ$ ,  
 $\therefore \angle 1 + \angle 2 = 360^\circ - 120^\circ - 90^\circ$   
 $= 150^\circ$ ,  
 $\therefore \alpha + \beta = 150^\circ$ ,

7. 解: 根据题意得  $a+1 \neq 0$   
且  $\Delta = (-4)^2 + 4(a+1) > 0$ ,  
所以  $a > -5$  且  $a \neq -1$ .
8. 解: A、由于点 A 和点 D 均在同一个反比例函数  $y = \frac{1}{x}$  的图象上,  
所以  $S_{\triangle ODB} = \frac{1}{2}$ ,  $S_{\triangle OCA} = \frac{1}{2}$ ;  
故  $\triangle ODB$  与  $\triangle OCA$  的面积相等, 故本选项正确;  
B、连接 OP, 点 A 是 PC 的中点,  
则  $\triangle OAP$  和  $\triangle OAC$  的面积相等,  
 $\therefore \triangle ODP$  的面积 =  $\triangle OCP$  的面积 =  $\frac{k}{2}$ ,  $\triangle ODB$   
与  $\triangle OCA$  的面积相等,  
 $\therefore \triangle OBP$  与  $\triangle OAP$  的面积相等,  
 $\therefore \triangle OBD$  和  $\triangle OBP$  面积相等,  
 $\therefore$  点 B 一定是 PD 的中点,  
故本选项正确;  
C、由于矩形 OCPD、三角形 ODB、三角形 OCA  
为定值, 则四边形 PAOB 的面积不会发生变化,  
故本选项错误;  
D、 $\frac{CA}{PA} = \frac{1}{k-1}$ ,  $\frac{DB}{PB} = \frac{1}{k-1}$ , 所以  $\frac{CA}{PA} = \frac{DB}{PB}$ , 故 D 正确.



9. 解: 如图, 由勾股定理得:

$$BD = \sqrt{AD^2 + AB^2} = 5\sqrt{5};$$



- $\therefore$  四边形 AEPF 是矩形,  
 $\therefore AP = EF$ ,  
 $\therefore$  当  $AP \perp BD$  时, AP 有最小值,  
即此时 EF 有最小值,  
 $\therefore$  此时有  $S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} AB \cdot AD$   
 $= \frac{1}{2} BD \cdot AP$ ,  
 $\therefore \frac{1}{2} \times 5 \times 10 = \frac{1}{2} \times 5\sqrt{5} AP$ ,  
 $\therefore AP = 2\sqrt{5}$ ,  
 $\therefore EF$  的最小值为  $2\sqrt{5}$ .

10. 解: 二次函数开口向下, 则  $a < 0$ ,  
二次函数对称轴为  $x = 1$ , 则  $-\frac{b}{2a} = 1$ ,  
 $\therefore b = -2a$ ,  $b > 0$ ,  
 $\therefore ab < 0$ , 故①正确;  
 $\therefore$  过点  $(-1, 0)$ ,  
 $\therefore$  由对称可得二次函数与 x 轴的另一交点为  $(3, 0)$ ,  
由函数图象可得  $x = 2$  时  $y > 0$ ,  
 $\therefore 4a + 2b + c > 0$ , 故②正确;  
 $\therefore x = -1$  时  $y = 0$ ,

$$\therefore a - b + c = 0,$$

$b = -2a$  代入得:  $3a + c = 0$ , 故③错误;

$\therefore$  对称轴是直线  $x = 1$ ,

$\therefore$  若  $\frac{x_1 + x_2}{2} = 1$ , 则  $x_1 + x_2 = 2$  时,  $y_1 = y_2$ ,

当  $x_1 + x_2 > 2$  时, 点  $A(x_1, y_1)$  到对称轴的距离小于点  $B(x_2, y_2)$  到对称轴的距离,

$\therefore$  二次函数图象开口向下,

$\therefore y_1 > y_2$ , 故④正确.

综上所述, 正确的选项是①②④.

故选 D.

## 二. 填空题

11.  $3.4 \times 10^{-10}$ ;

12. 必然事件;

13. (5, 7);

14.  $(x+1)^2 = 121$ ;

15. 6;

13. 解:  $\therefore$  点  $B$  的坐标分别为 (2, 4),

$\therefore$  点  $B$  的对应点  $F$  的纵坐标为 4,

$\therefore$  点  $F$  在直线  $y = \frac{4}{7}x$  上,

将  $y = 4$  代入, 解得  $x = 7$ ,

$\therefore F(7, 4)$ ,

$\therefore$  平移距离为  $7 - 2 = 5$ ,

$\therefore$  点  $D$  的横坐标为  $0 + 5 = 5$ ,

$\therefore D(5, 7)$ ,

14. 解: 设每轮传染中平均一个人传染了  $x$  个人,

根据题意得:  $(1+x) + x(x+1) = 121$ .

即  $(x+1)^2 = 121$ .

15. 解:  $DE$  是  $\triangle ABC$  的中位线,

$$\therefore DE = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 4 = 2,$$

在  $Rt\triangle BFC$  中,  $FE$  是斜边上的中线,

$$\therefore FE = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 8 = 4,$$

$$\therefore DF = DE + FE = 2 + 4 = 6,$$

## 三. 解答题

16. 解: (1) 3;

(2) 原式  $= \frac{x-1}{x+1}$ ,

$\therefore$  当  $x = -2$  时,

$$\text{原式} = \frac{-2-1}{-2+1} = 3.$$

17. (1) 解: 如图所示,  $BD$  即为所求;

(2) 证明: 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,

$$\angle A = 36^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = 72^\circ,$$

$\therefore BD$  平分  $\angle ABC$ ,

$$\therefore \angle ABD = \angle CBD = 36^\circ,$$

$$\therefore AD = BD, \angle BDC = 72^\circ,$$

$$\therefore BD = BC,$$

$$\therefore AD = BC,$$

$$\therefore \angle BCD = \angle ACB, \angle CBD = \angle CAB,$$

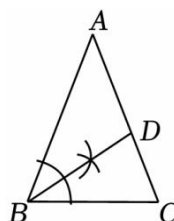
$$\therefore \triangle BCD \sim \triangle ACB,$$

$$\therefore BC : AC = CD : BC,$$

$$\therefore AD : AC = CD : AD,$$

$$\therefore AD^2 = CD \cdot CA,$$

$\therefore$  点  $D$  是边  $AC$  的黄金分割点.



18. 解: (1) 设购进  $B$  型口罩  $x$  包, 则购进  $A$  型口罩  $2x$  包, 购进一包  $A$  型口罩的单价为  $a$  元, 则购进一包  $B$  型口罩的单价为  $(a+30)$  元,

$$\frac{25000}{a} = \frac{20000}{a+30} \times 2,$$

解得  $a = 50$ ,

检验: 当  $a = 50$  时,  $a(a+30) \neq 0$ ,

故  $a = 50$  是原分式方程的解,

$$\therefore a + 30 = 80,$$

答: 购进一包  $A$  型口罩和 一包  $B$  型口罩分别为 50 元、80 元;

(2) 设  $B$  型口罩的售价为  $b$  元, 医药超市当天卖  $B$  型口罩获利为  $w$  元,

$$w = (b - 80) [8 + (100 - b) \times 2]$$

$$= -2(b - 92)^2 + 288,$$

$\therefore$  当  $b = 92$  时,  $w$  取得最大值,

答:  $B$  型口罩的售价为 92 元时, 医药超市当天卖  $B$  型口罩获利最大.

19. 解: (1) 80, 80;

(2) 乙班成绩比较好, 理由如下:

两个班的平均数相同, 中位数、众数高于甲班, 方差小于甲班, 代表乙班成绩比甲班稳定, 所以乙班成绩比较好;

(3) 根据题意得:

$$50 \times \frac{4}{10} + 55 \times \frac{6}{10} = 53 \text{ (人)},$$

答: 估计这两个班可以获奖的总人数大约是 53 人.

20. (1) 证明: 连接  $OD$ , 交  $CA$  于  $E$ ,

$$\because \angle C = 30^\circ, \angle C = \frac{1}{2} \angle BOD,$$

$$\therefore \angle BOD = 60^\circ,$$

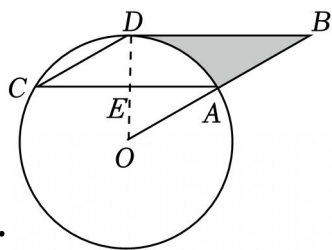
$$\because \angle OAC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle AEO = 180^\circ - 60^\circ - 30^\circ = 90^\circ,$$

$\because BD$  是  $\odot O$  的切线,

$$\therefore \angle BDO = 90^\circ,$$

$$\angle AEO = \angle BDO,$$



$\therefore$

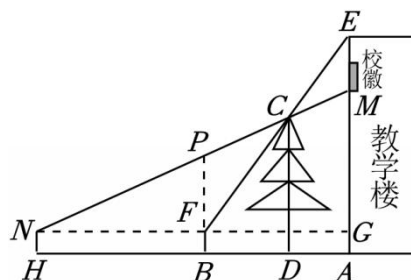
$$\therefore BD \parallel AC;$$

(2) 解: 在  $\text{Rt}\triangle OBD$  中,  $\angle BOD = 60^\circ$ ,

$$\therefore BD = OD \cdot \tan 60^\circ = 8\sqrt{3},$$

$$\begin{aligned} \therefore S_{\text{阴影}} &= S_{\triangle BDO} - S_{\text{扇形} AOD} \\ &= \frac{1}{2} \times 8 \times 8\sqrt{3} - \frac{60 \cdot \pi \cdot 8^2}{360} \\ &= 32\sqrt{3} - \frac{32}{3}\pi. \end{aligned}$$

21. 解: 延长  $BF$  交  $MN$  于点  $P$ ,



$$\because \angle MNG = 21.8^\circ, NF = BH = 13.5\text{m},$$

$$\therefore PF = NF \tan 21.8^\circ \approx 13.5 \times 0.40 \approx 5.4\text{m},$$

$$\because BP \parallel AE,$$

$$\therefore \frac{PF}{EM} = \frac{BD}{AD},$$

$$\therefore \frac{5.4}{EM} = \frac{10}{4},$$

$$\therefore EM = 2.16\text{m},$$

答: 校徽的高度约为 2.16m.

22. 解: (1) 将点  $(1, 0)$  代入

$$y = (x - m)^2 + 2 - m^2:$$

$$(1 - m)^2 + 2 - m^2 = 0,$$

$$1 - 2m + m^2 + 2 - m^2 = 0$$

$$\therefore 3 - 2m = 0$$

$$\therefore m = \frac{3}{2},$$

(2) 二次函数  $y = (x - m)^2 + 2 - m^2$  的对称轴为  $x = m$ , 开口向上.

$$0 < m < 2,$$

最小值在对称轴  $x = m$  处:

$$y_{\min} = 2 - m^2,$$

$$m \leq 0,$$

在  $0 \leq x \leq 2$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大, 最小值在  $x = 0$  处:

$$y_{\min} = (0 - m)^2 + 2 - m^2 = 2,$$

$$m \geq 2,$$

在  $0 \leq x \leq 2$  时,  $y$  随  $x$  的增大而减小, 最小值在  $x = 2$  处:

$$y_{\min} = (2 - m)^2 + 2 - m^2 = 6 - 4m$$

综上, 最小值为

$$y_{\min} = \begin{cases} 2 & (m \leq 0) \\ 2 - m^2 & (0 < m < 2); \\ 6 - 4m & (m \geq 2) \end{cases}$$

(3) 当  $x$  可取全体实数时,  $y$  的最小值为  $2 - m^2$ .

已知  $y_{\min} = -1$  且  $m > 0$ , 得:

$$2 - m^2 = -1 \Rightarrow m^2 = 3 \Rightarrow m = \sqrt{3},$$

此时函数为  $y = (x - \sqrt{3})^2 - 1$ ,

令  $y=0$ , 解方程  $(x - \sqrt{3})^2 - 1 = 0$ ,

$$x = \sqrt{3} \pm 1,$$

所以  $A(\sqrt{3} - 1, 0)$ ,  $B(\sqrt{3} + 1, 0)$ ,

$$AB = (\sqrt{3} + 1) - (\sqrt{3} - 1) = 2.$$

23. 解: (1)  $BF=DG$ , 理由如下:

$\because$  四边形  $ABCD$  是正方形,

$\therefore AB=AD$ ,  $\angle BAD=90^\circ$ ,

$\because \triangle EFG$  是直角三角形,  $EG=EF$ ,

$\therefore \angle FEG=90^\circ$ ,

当点  $E$  与点  $A$  重合时,

则  $\angle FAG=90^\circ = \angle BAD$ ,

$\therefore \angle DAG = \angle BAF = 90^\circ - \angle DAF$ ,

又  $\because AB=AD$ ,  $AG=AF$ ,

$\therefore \triangle ADG \cong \triangle ABF$ ,

$\therefore BF=DG$ ;

(2)  $\because$  四边形  $ABCD$  是正方形,

$\therefore \angle ADC = \angle DAB = 90^\circ$ ,

$\because$  点  $G$  在  $CD$  的延长线上,  $FE$  的延长线与  $BA$  的延长线交于点  $P$ ,

$\therefore \angle PAE = \angle EDG = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle P + \angle AEP = 90^\circ$ ,

$\because \angle FEG = \angle DEF + \angle DEG = 90^\circ$ ,

$\angle AEP = \angle DEF$ ,

$\therefore \angle P = \angle DEG$ ,

$\because EG=EF$ ,  $EF=EP$ ,

$\therefore EG=EP$ ,

在  $\triangle APE$  和  $\triangle DEG$  中,

$$\begin{cases} \angle PAE = \angle EDG = 90^\circ \\ \angle P = \angle DEG \\ EP = EG \end{cases},$$

$\therefore \triangle PAE \cong \triangle EDG$ ,

$\therefore AE=DG$ ;

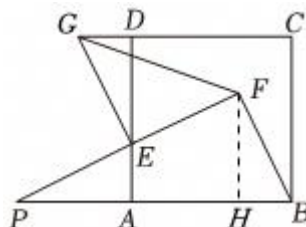
(3)  $BF = \sqrt{5}DG$ , 理由如下:

由 (2) 可知:  $\triangle PAE \cong \triangle EDG$ ,

$\therefore AE=DG$ ,  $AP=DE$ ,

作  $FH \perp AB$  于点  $H$ ,

则  $\angle FHB = \angle FHA = 90^\circ = \angle PAE$ ,



$\therefore AE \parallel FH$ ,

$$\therefore \frac{PA}{AH} = \frac{PE}{EF} = 1,$$

$\therefore PA=AH$ ,

$\because PE=EF$ ,

$\therefore AE$  为  $\triangle PHF$  的中位线,

$\therefore HF=2AE$ ,

$\because AP=DE$ ,  $PA=AH$ ,

$\therefore DE=AH$ ,

又  $\because AD=AB$ ,

$\therefore AE=BH$ ,

在  $\text{Rt}\triangle BHF$  中, 由勾股定理, 得:

$$BF = \sqrt{HF^2 + BH^2} = \sqrt{5}AE,$$

$\because AE=DG$ ,

$\therefore BF = \sqrt{5}DG$ .

## 成思正品—07

## 一. 选择题

1. A; 2. D; 3. B; 4. B; 5. B; 6. C;  
7. C; 8. B; 9. C; 10. C;

8. 解:  $\because$  分式方程  $\frac{ax}{x-3} + \frac{6}{3-x} = 1$  有增根,

$$\therefore x - 3 = 0,$$

$$\therefore x = 3,$$

$$\therefore ax - 6 = x - 3,$$

$$\therefore 3a - 6 = 0,$$

$$a = 2.$$

9. 解: 当  $x=0$  时,  $y=m^2 - 1$ , 因为  $m > 1$ , 所以  $y=m^2 - 1 > 0$ ,

函数图象与  $y$  轴的交点应在  $x$  轴的上边, 故选项  $D$  错误;

$$y = x^2 - 2mx + m^2 - 1 = (x - m)^2 - 1,$$

函数图象的对称轴为  $x=m$ , 因为  $m > 1$ , 所以选项  $A$  错误;

当  $x=m$  时, 函数值为  $y = -1$ , 因此选项  $B$  错误, 选项  $C$  正确.

## 二. 填空题

11.  $\frac{3(m+2)(m-2)}{m}$  ;

12. 4 ;

13. 0.3 ;

14. 1 ;

15.  $(0, 6)$  ;  $(12, -3)$  ;

12. 解: 设购买  $A$  品牌足球  $x$  个,  $B$  品牌足球  $y$  个, 依题意得:

$$120x + 150y = 3000,$$

$$\therefore y = 20 - \frac{4}{5}x.$$

又  $\because x, y$  均为正整数,

$$\therefore \begin{cases} x = 5 \\ y = 16 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 10 \\ y = 12 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 15 \\ y = 8 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 20 \\ y = 4 \end{cases},$$

$\therefore$  该校共有 4 种购买方案.

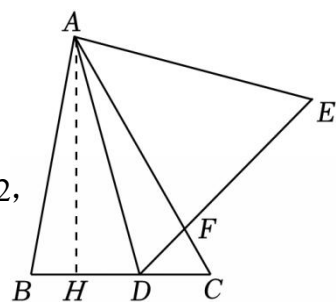
14. 解: 如图所示,

$$\because \triangle DAC \sim \triangle FAD,$$

$$\therefore \frac{AF}{AD} = \frac{AD}{AC},$$

$$\therefore AD^2 = AF \cdot AC = 12,$$

$$AD = 2\sqrt{3},$$



过点  $A$  作  $AH \perp BC$  于  $H$ ,

在  $\text{Rt}\triangle AHC$  中,

$$\therefore CH = AC \cdot \cos C = 2,$$

$$AH = AC \cdot \sin C = 2\sqrt{3},$$

$$BH = 1,$$

即  $AD$  与  $AH$  重合,

$$\therefore BD = BH = 1.$$

15. 解:  $P(2, 1) \xrightarrow{\text{余3}} P_1(2, 0) \xrightarrow{\text{余2}} P_2(1, 0) \xrightarrow{\text{余1}}$

$(1, 1) \cdots \cdots$  从第一平移开始, 余 2, 余 1  $\cdots \cdots$  循环,

$Q(2, 4) \rightarrow Q_1(1, 4) \rightarrow Q_2(1, 5) \rightarrow Q_3(0, 5) \rightarrow Q_4(0, 6) \cdots \cdots$  从第二次平移开始, 余 2, 余 1  $\cdots \cdots$  循环;

$A(1, 0) \rightarrow A_1(1, 1) \rightarrow A_2(0, 1) \rightarrow A_3(0, 2) \rightarrow A_4(-1, 2) \cdots \cdots$  从第一次平移开始, 余 2, 余 1  $\cdots \cdots$  循环;

$B(1, 3) \rightarrow B_1(2, 3) \rightarrow B_2(2, 4) \rightarrow B_3(1, 4) \rightarrow B_4(1, 5) \cdots \cdots$  从第二次平移开始, 余 2, 余 1  $\cdots \cdots$  循环;

若“和点” $R$  按上述规则连续平移 10 次后, 到达点  $R_{10}(7, 2)$ , 则按照“和点” $R_{10}$  反向运动 10 次即可,

$\because R_{10}(7, 2)$  是  $R$  连续平移 10 次后余 1,

$\therefore R_{10}$  从第一平移开始, 余 2, 余 1  $\cdots \cdots$  循环, 共余 2 有 5 次, 余 1 有 5 次, 共计向上平移了 5 次, 向左平移了 5 次,

$$\therefore R(7+5, 2-5), \text{ 即 } R(12, -3);$$

三. 解答题

16. 解: (1) 原式=7;  
 (2) 原式= $a^2 - 3a$ ;  
 当  $a=2$  时,  
 原式= $2^2 - 3 \times 2 = 4 - 6 = -2$ .

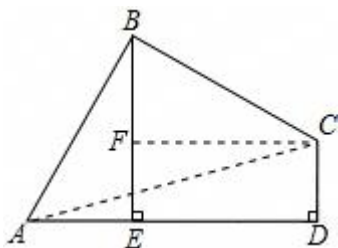
17. 证明: (1) 连接  $AC$ .

$\because \angle ABC = 90^\circ$ ,  
 $\therefore AB^2 + BC^2 = AC^2$ .  
 $\because CD \perp AD$ ,  
 $\therefore AD^2 + CD^2 = AC^2$ .  
 $\therefore AD^2 + CD^2 = 2AB^2$ ,  
 $\therefore AB^2 + BC^2 = 2AB^2$ ,  
 $\therefore BC^2 = AB^2$ ,  
 $\because AB > 0, BC > 0$ ,  
 $\therefore AB = BC$ .

(2) 过  $C$  作  $CF \perp BE$  于  $F$ .

$\because BE \perp AD, CF \perp BE, CD \perp AD$ ,  
 $\therefore \angle FED = \angle CFE = \angle D = 90^\circ$ ,  
 $\therefore$  四边形  $CDEF$  是矩形.  
 $\therefore CD = EF$ .  
 $\because \angle ABE + \angle BAE = 90^\circ$ ,  
 $\angle ABE + \angle CBF = 90^\circ$ ,  
 $\therefore \angle BAE = \angle CBF$ ,  
 $\therefore$  在  $\triangle BAE$  与  $\triangle CBF$  中  

$$\begin{cases} \angle AEB = \angle BFC \\ \angle BAE = \angle CBF \\ AB = BC \end{cases}$$
 $\therefore \triangle BAE \cong \triangle CBF$ . (AAS)  
 $\therefore AE = BF$ .  
 $\therefore BE = BF + EF = AE + CD$ .



18. 解: (1) 设  $A$  型文创用品的单价是  $x$  元,  $B$  型文创用品的单价是  $y$  元,

根据题意得: 
$$\begin{cases} 20x + 25y = 800 \\ 10x + 20y = 550 \end{cases}$$

解得: 
$$\begin{cases} x = 15 \\ y = 20 \end{cases}$$

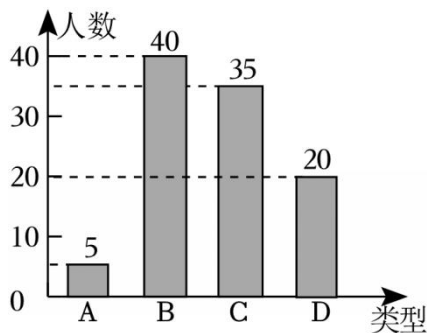
答:  $A$  型文创用品的单价是 15 元,

$B$  型文创用品的单价是 20 元;

(2) 设购买  $m$  件  $B$  型文创用品,  
 则购买  $(40 - m)$  件  $A$  型文创用品,  
 根据题意得:  $15(40 - m) + 20m \leq 725$ ,  
 解得:  $m \leq 25$ ,  
 $\therefore m$  的最大值为 25.

答:  $B$  型文创用品最多可以购买 25 件.

19. 解: (1) 100; 20;



(2) 3, 4;

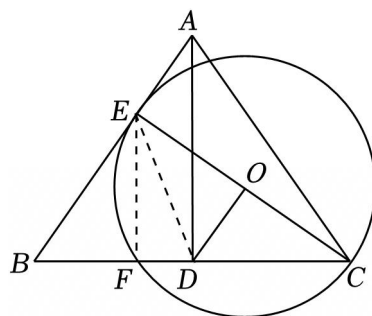
(3)  $1000 \times \frac{20}{5+40+35+20} = 200$  (人),

答: 该校有 1000 名学生中此次受表扬的学生人数大约有 200 人.

20. 解: (1) 在等腰  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $AD$  平分  $\angle BAC$ ,

$\therefore BD = CD, AD \perp BC$ ,  
 $\therefore CE$  是  $\odot O$  的直径,  
 $\therefore OE = OC$ ,  
 $\therefore OD$  是  $\triangle CBE$  的中位线,  
 $\therefore OD \parallel AB$ ,  
 $\therefore \angle COD = \angle CEB$ ,  
 $\because AB$  与  $\odot O$  相切于点  $E$ ,  
 $\therefore OE \perp AB$ ,  
 $\therefore \angle CEB = 90^\circ$ ,  
 $\therefore \angle COD = \angle CEB = 90^\circ$ ;

(2) 连接  $EF, DE$ , 如图所示:



$\therefore BF = 2DF = 2$ ,

$\therefore BF=2, DF=1,$   
 $\therefore BD=CD=BF+DF=3,$   
 $\therefore \angle COD=90^\circ, OE=OC,$   
 $\therefore OD$  是线段  $CE$  的垂直平分线,  
 $\therefore DE=CD=3,$   
 $\therefore CE$  是  $\odot O$  的直径,  
 $\therefore \angle EFC=90^\circ,$   
 在  $\text{Rt} \triangle EFD$  中, 由勾股定理得:

$$EF = \sqrt{DE^2 - DF^2} = \sqrt{3^2 - 1^2} = 2\sqrt{2},$$

在  $\text{Rt} \triangle BEF$  中, 由勾股定理得:

$$BE = \sqrt{BF^2 + EF^2} = \sqrt{2^2 + (2\sqrt{2})^2}$$

$$= 2\sqrt{3},$$

$\therefore \angle EFC=90^\circ, AD \perp BC,$   
 $\therefore \angle EFC = \angle ADC = 90^\circ,$   
 $\therefore EF \parallel AD,$

根据平行线分线段成比例定理得:  $\frac{BE}{AE} = \frac{BF}{DF},$

$$\therefore AE = \frac{BE \cdot DF}{BF} = \frac{2\sqrt{3} \times 1}{2} = \sqrt{3}.$$

21. 解: (1) 如图, 过点  $A$  作  $AN \perp CB$  于点  $N$ , 过点  $D$  作  $DM \perp BC$  于点  $M$ , 则四边形  $ANMD$  为矩形,

$$\therefore AN = DM,$$

$$\therefore \angle BCD = 135^\circ,$$

$$\therefore \angle DCM = 45^\circ,$$

在  $\text{Rt} \triangle CMD$  中,  $\angle CMD = 90^\circ,$

$$CD = 6, \angle DCM = 45^\circ,$$

$$\therefore DM = CM = \frac{\sqrt{2}}{2} CD = 3\sqrt{2} \text{ (米)},$$

$$\therefore AN = 3\sqrt{2} \text{ 米},$$

$\therefore$  斜面  $AB$  的坡度为  $1: \sqrt{2},$

$$\therefore AN: NB = 1: \sqrt{2},$$

$$\therefore NB = 6 \text{ 米},$$

由勾股定理得:

$$AB = \sqrt{AN^2 + BN^2} = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 + 6^2}$$

$$= 3\sqrt{6} \text{ (米)},$$

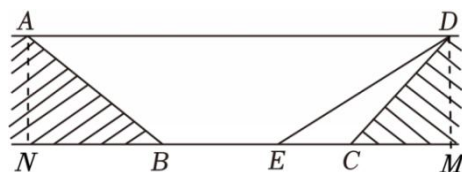
答: 斜面  $AB$  的长为  $3\sqrt{6}$  米;

(2) 在  $\text{Rt} \triangle MED$  中,  $\angle EMD = 90^\circ,$   
 $\angle DEM = 30^\circ, DM = 3 \text{ 米},$

$$\text{则 } EM = \frac{DM}{\tan \angle DEM} = \frac{3\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 3\sqrt{6} \text{ (米)},$$

$$\therefore BE = BC - CE = BC - (EM - CM) = (8 - 3\sqrt{6} + 3\sqrt{2}) \text{ 米},$$

答:  $BE$  的长  $(8 - 3\sqrt{6} + 3\sqrt{2})$  米.



22. 解: (1)

$\therefore$  该函数的对称轴为直线  $x=1,$

$$\therefore -\frac{2a}{2 \times (-1)} = 1, \text{ 解得 } a=1,$$

$$\therefore y = -x^2 + 2x + 2,$$

$$\therefore y = -x^2 + 2x + 2 = -(x-1)^2 + 3,$$

$\therefore$  该函数的顶点坐标为  $(1, 3);$

(2) 令二次函数  $y = -x^2 + 2ax - a + 3$  的最大值

$$\frac{4 \times (-1) \times (-a+3) - (2a)^2}{4 \times (-1)} = 5,$$

$$\text{整理得 } a^2 - a - 2 = 0,$$

$$\text{解得 } a=2 \text{ 或 } a=-1,$$

$\therefore$  该函数存在最大值 5,

此时  $a=2$  或  $a=-1;$

(3)  $\therefore$  点  $P(6, 3-a), M(x_1, y_1)$  和  $N(x_2, y_2)$  在函数图象上,

$$\therefore 3 - a = -36 + 12a - a + 3,$$

$$\text{解得 } a=3,$$

$$\therefore y = -x^2 + 6x,$$

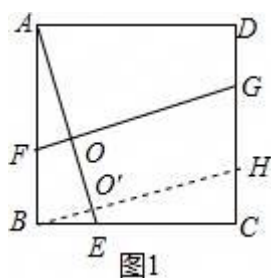
$\therefore$  抛物线开口向下,

$$\text{对称轴为直线 } x = -\frac{6}{2 \times (-1)} = 3,$$

$\therefore$  当  $1 \leq x_1 \leq 4$  时, 都有  $y_1 > y_2,$

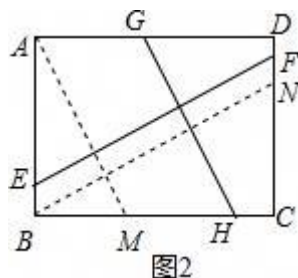
$\therefore x_2 < 1$  或  $x_2 > 5.$

23. (1) 证明: 如图1,



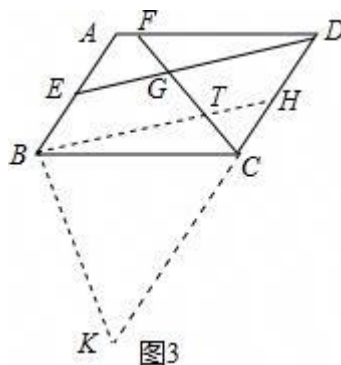
平移  $FG$  至  $BH$ , 使点  $F$  与  $B$  点重合,  
 $\therefore BH \parallel FG, BH = FG,$   
 $\because AE \perp FG,$   
 $\therefore AE \perp BH,$   
 $\therefore \angle HBC + \angle AEB = 90^\circ,$   
 $\because$  四边形  $ABCD$  是正方形,  
 $\therefore \angle ABC = \angle C = 90^\circ, AB = BC,$   
 $\therefore \angle HBC + \angle BHC = 90^\circ,$   
 $\therefore \angle AEB = \angle BHC,$   
 $\therefore \triangle ABE \cong \triangle BCH$  (AAS),  
 $\therefore BH = AE,$   
 $\therefore AE = FG;$

(2) 解: 如图2,



将  $GH$  平移至  $AM$ , 将  $EF$  平移至  $BN$ ,  
 $\therefore EF = BN, GH = AM,$   
 同理 (1) 得,  
 $AM \perp BN,$   
 同理 (1) 可得:  
 $\angle AMB = \angle BNC, \angle ABM = \angle C = 90^\circ,$   
 $\therefore \triangle ABM \sim \triangle BCN,$   
 $\therefore \frac{BN}{AM} = \frac{BC}{AB} = \frac{4}{3},$   
 $\therefore \frac{EF}{GH} = \frac{4}{3}.$

(3) 证明: 如图3,

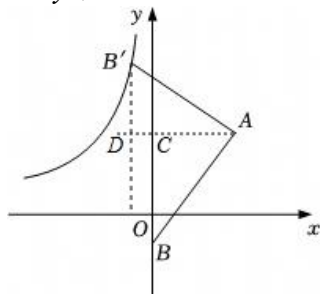


平移  $DE$  至  $BH$ ,  $BH$  交  $CF$  于  $T$ , 以点  $B$  为圆心,  $BC$  为半径画弧, 交  $DC$  的延长线于  $K$ ,  
 $\therefore BH = DE, BH \parallel DE, \angle K = \angle BCK,$   
 $\therefore \angle EGC = \angle FTH,$   
 $\because \angle ABC + \angle EGC = 180^\circ,$   
 $\therefore \angle ABC + \angle FTH = 180^\circ,$   
 $\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形,  
 $\therefore \angle ABC = \angle ADC, BC \parallel AD,$   
 $\therefore \angle ADC + \angle FTH = 180^\circ,$   
 $\angle BCK = \angle ADC,$   
 $\therefore \angle K = \angle ADC,$   
 在四边形  $FTHD$  中,  
 $\angle THD + \angle DFC$   
 $= 360^\circ - (\angle ADC + \angle FTH)$   
 $= 360^\circ - 180^\circ = 180^\circ,$   
 $\therefore \angle BHK + \angle THD = 180^\circ,$   
 $\therefore \angle BHK = \angle DFC,$   
 $\therefore \triangle FDC \sim \triangle TKB,$   
 $\therefore \frac{BH}{CF} = \frac{BK}{CD},$   
 $\therefore \frac{DE}{CF} = \frac{AD}{CD}.$

## 成思正品—08

## 一. 选择题

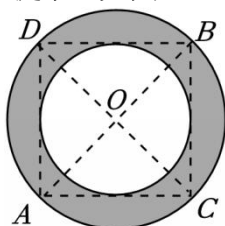
1. D; 2. C; 3. B; 4. D; 5. D; 6. B;  
7. A; 8. B; 9. D; 10. D;  
8. 解: 作  $AC \perp y$  轴于点  $C$ ,  $B'D \perp AC$  于  $D$ , 如



图所示,

- $\because \angle BAB' = 90^\circ$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  
 $AB = AB'$ ,  
 $\therefore \angle BAC + \angle ABC = 90^\circ$ ,  
 $\angle BAC + \angle B'AD = 90^\circ$ ,  
 $\therefore \angle ABC = \angle B'AD$ ,  
 $\therefore \triangle ABC \cong \triangle B'AD$ ,  
 $\therefore AC = B'D$ ,  $BC = AD$ ,  
 $\because A(3, 3)$ ,  $B(0, -1)$ ,  
 $\therefore BC = AD = 4$ ,  $AC = B'D = 3$ ,  
 $\therefore CD = 4 - 3 = 1$ ,  
 $\therefore B'(-1, 6)$ ,  
 $\because$  点  $B'$  恰好在反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 的图象上,  
 $\therefore k = -1 \times 6 = -6$ ,

9. 提示: 如图:



- $\because AC = BC = 4$ ,  
 $\therefore AB = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$ ,  
 $OA = OB = \frac{1}{2}AB = 2\sqrt{2}$ ,  
10. 提示: 由折叠可得:  $DE \perp AC$ ,  $PQ \perp AC$ ,  $MN \perp AC$ ,  $AM = MD = DP = PC$ ,  
 $\therefore MN \parallel DE \parallel PQ \parallel BC$ ,  
 $\therefore AN = NE = EQ = QB$ ,  
 $\therefore \triangle ADE \sim \triangle ACB \sim \triangle AMN$ ,  
 $\therefore MN : DE : PQ : CB$   
 $= AM : AD : AP : AC = 1 : 2 : 3 : 4$ ,

## 二. 填空题

11.  $x < 3$  且  $x \neq 2$ ; 12. 2; 13.  $\pm 8$ ;  
14. ①②③⑤; 15.  $(\frac{2}{3})^{199}$ ;

14. 解: 由图象可得,

由图象可知, 当  $x < -1$  时, 函数值随  $x$  的减小而增大, 当  $x > 3$  时, 函数值随  $x$  的增大而增大, 均存在大于顶点坐标的函数值, 故当  $x = 1$  时的函数值 4 并非最大值, 故④错误.

$\because x = 1$  时, 函数的值是 4,

由图象可知, 当  $0 < m < 4$  时, 函数与  $y = m$  的图形有四个交点, 故选项⑤正确.

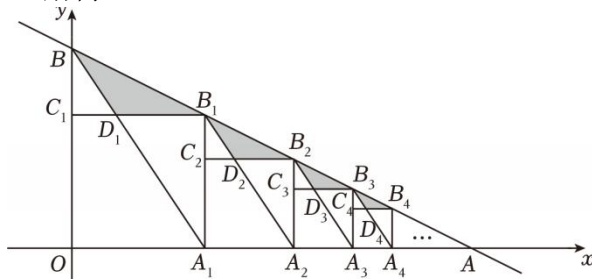
故答案为: ①②③⑤.

15. 解: 点  $B$  的坐标是  $(0, 3)$ ,

设点  $B_1$  的坐标是  $(x_1, -\frac{1}{2}x_1 + 3)$ ,

$\therefore OA_1 = A_1B_1$ ,  $\therefore x_1 = -\frac{1}{2}x_1 + 3$ ,

解得:  $x_1 = 2$ ,  $\therefore OA_1 = 2$ ,



$\because \triangle BC_1D_1 \sim \triangle BOA_1$ ,

可得:  $C_1D_1 = \frac{2}{3}$ ,

$\therefore B_1D_1 = 2 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$ ,

$S_1 = \frac{1}{2}B_1D_1 \cdot BC_1 = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times 1 = \frac{2}{3}$ ;

设点  $B_2$  的坐标为  $(x_2, -\frac{1}{2}x_2 + 3)$ ,

点  $A_2$  的坐标是  $(x_2, 0)$ ,

$\therefore A_1A_2 = x_2 - x_1 = x_2 - 2$ ,

$A_1A_1 = B_2A_2$ ,

$\therefore x_2 - 2 = -\frac{1}{2}x_2 + 3$ ,

解得:  $x_2 = \frac{10}{3}$ ,

$\therefore A_1A_2 = x_2 - x_1 = \frac{10}{3} - 2 = \frac{4}{3}$ ,

$\therefore \triangle B_1B_2D_2 \sim \triangle BB_1D_1$ , 且相似比为  $\frac{2}{3}$ ,

$\therefore \frac{S_{\triangle B_1B_2D_2}}{S_{\triangle BB_1D_1}} = (\frac{2}{3})^2$ ,

$\therefore$  当  $S_{\triangle BB_1D_1} = \frac{2}{3}$  时,

$$S_2 = \frac{2}{3} \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^{1+1 \times 2},$$

同理

$$S_3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \left(\frac{2}{3}\right)^{1+2 \times 2},$$

...

$$\therefore S_{100} = \left(\frac{2}{3}\right)^{1+99 \times 2} = \left(\frac{2}{3}\right)^{199},$$

### 三. 解答题

16. 解: (1) 原式=4;

$$(2) \text{原式} = \frac{2}{2+a},$$

满足  $-3 < a < 3$  的偶数有  $-2, 0, 2$ ,

由题意得:  $a \neq \pm 2$ ,

当  $a=0$  时, 原式  $= \frac{2}{2+0} = 1$ .

17. 解: (1) 增加一个条件:  $\angle ADB=90^\circ$  (答案不唯一).

理由:  $\because AB=AC$ ,

$$\therefore \angle ABC = \angle C,$$

$$\therefore \angle EAB = \angle ABC + \angle C = 2\angle ABC.$$

$\because AG$  为  $\angle BAE$  的平分线,

$$\therefore \angle EAB = 2\angle BAG,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle BAG,$$

$$\therefore AF \parallel BD,$$

$$\therefore \angle DAF = 180^\circ - \angle ADB = 90^\circ.$$

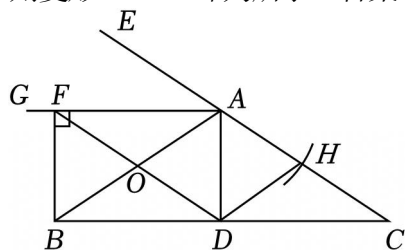
$$\because BF \perp AG,$$

$$\therefore \angle AFB = 90^\circ,$$

$\therefore$  四边形  $AFBD$  为矩形.

故答案为:  $\angle ADB=90^\circ$  (答案不唯一).

(2) 如图, 以点  $A$  为圆心,  $OA$  的长为半径画弧, 交  $AC$  于点  $H$ , 连接  $DH$ , 则菱形  $AODH$  即为所求 (答案不唯一).



18. 解: (1) 对于  $y=2|x+1|-3$ ,  
当  $x=-3$  时,  $y=2|-3+1|-3=1$ ,

$$\text{当 } x=1 \text{ 时, } y=2|1+1|-3=1,$$

$$\therefore m=1, n=1,$$

(2) 根据表格中的对应值, 选取  $A(-1, -3)$ , 点  $B(-3, 1)$  作射线  $AB$ , 选取  $A(-1, -3)$ , 点  $C(1, 1)$  作射线  $AC$ , 则射线  $AB, AC$  为函数  $y=2|x+1|-3$  的图象, 如图 1 所示:

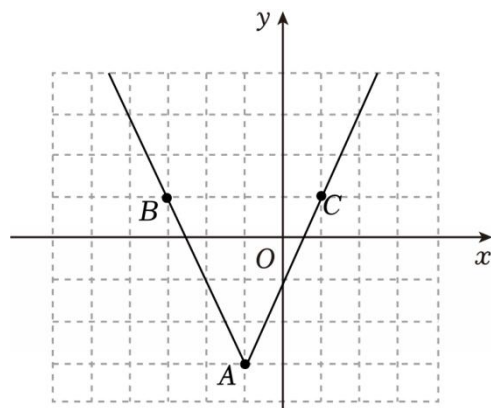


图1

(3) 观察 (2) 中所画函数的图象, 可得如下结论 (答案不唯一):

结论 1: 函数  $y=2|x+1|-3$  有最小值, 最小值为  $y=-3$ ;

结论 2: 函数  $y=2|x+1|-3$  的图象关于直线  $x=-1$  对称;

(4) 方程  $2|x+1|-3=x+1$  的解为:  $x_1=-2, x_2=2$ , 理由如下:

画出函数  $y=2|x+1|-3$  和  $y=x+1$  的图象, 如图 2 所示:

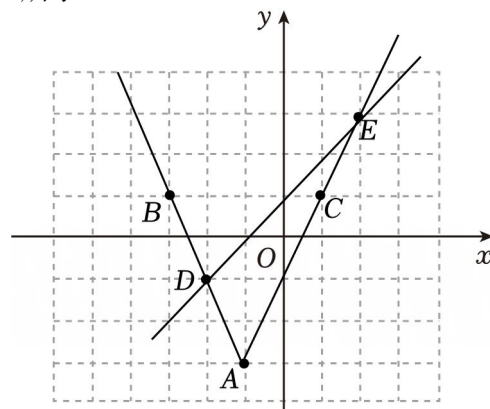


图2

函数  $y=2|x+1|-3$  和  $y=x+1$  的图象交点坐标分别为  $D(-2, -1)$

$$E(2, 3),$$

$\therefore$  方程  $2|x+1|-3=x+1$  的解为:

$$x_1=-2, x_2=2.$$

19. 解: (1) 18; 18; 15; 11;

(2) 路线二的平均数小于路线一, 路线二的中位数小于路线一, 路线二的众数小于路线一, 则选路线二.

20. 解: (1)  $\because \odot O$  与  $AC$  相切于点  $E$ ,

$$\therefore \angle AEO = 90^\circ,$$

$$\because \angle A = 30^\circ,$$

$$\therefore AO=2OE,$$

$$\therefore OD=OE,$$

$$\therefore AD=OE=OD=2,$$

过  $O$  作  $OG \perp BC$  于  $G$ , 连接  $OF$ ,

$$\text{则 } CG=OE=2, BG=FG,$$

$$\therefore \angle ACB=90^\circ, \angle A=30^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC=60^\circ,$$

$$\therefore OB=OF,$$

$\therefore \triangle OBF$  是等边三角形,

$$\therefore BF=OB=2,$$

$$\therefore FG=1,$$

$$\therefore CF=CG-FG=1;$$

$$(2) \because \angle AEO=90^\circ, \angle A=30^\circ,$$

$$\therefore \angle BOE=120^\circ,$$

$$\therefore \angle EOF=\angle BOF=60^\circ,$$

$$\therefore OF \perp BE,$$

$$\therefore BH=EH, \angle EHO=\angle BHF=90^\circ,$$

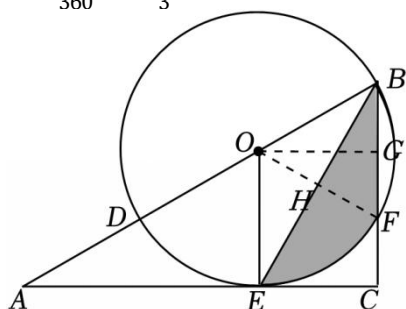
$$\therefore \angle EOH=\angle BFH=60^\circ,$$

$$\therefore \triangle OEH \cong \triangle FBH (AAS),$$

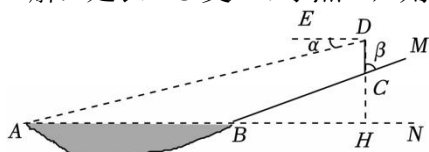
$$\therefore S_{\triangle OEH}=S_{\triangle FBH},$$

$\therefore$  阴影部分的面积 = 扇形  $EOF$  的面积

$$= \frac{60 \cdot \pi \cdot 2^2}{360} = \frac{2\pi}{3}.$$



21. 解: 延长  $DC$  交  $AN$  于点  $H$ , 则  $DH \perp AN$ .



在  $Rt\triangle BCH$  中,  $\angle BCH=\angle \beta=78.5^\circ$ ,

$$\therefore \cos \angle BCH = \frac{CH}{BC}, \sin \angle BCH = \frac{BH}{BC},$$

$$\therefore CH = CB \cdot \cos 78.5^\circ$$

$$\approx 10 \times 0.20$$

$$= 2 (m),$$

$$BH = CB \cdot \sin 78.5^\circ$$

$$\approx 10 \times 0.98$$

$$= 9.8 (m).$$

$$\therefore DH = CD + CH = 3.6 (m).$$

$$\therefore DE \parallel AN,$$

$$\therefore \angle DAN = \angle EDA = \alpha = 8.5^\circ.$$

在  $Rt\triangle DAH$  中,

$$\therefore \tan \angle DAN = \frac{DH}{AH},$$

$$\therefore AH = \frac{DH}{\tan 8.5^\circ} \approx 24 (m).$$

$$\therefore AB = AH - BH = 24 - 9.8 = 14.2 (m),$$

答: 河宽  $AB$  约为  $14.2m$ .

22. 解: (1) ① 设抛物线和  $x$  轴交点的横坐标为  $s, t$ ,

$$\text{则 } s+t=4=-\frac{3m+1}{m-2}, \text{ 则 } m=1,$$

$$\text{则抛物线的表达式为: } y = -x^2 + 4x + 1;$$

②  $m=1, m \leq x \leq m+1$ , 即  $1 \leq x \leq 2$ ,

由抛物线的表达式知, 其对称轴为直线  $x=2$ ,

$$\text{则当 } x=1 \text{ 时, } y_{\min} = -x^2 + 4x + 1 = 4,$$

$$\text{当 } x=2 \text{ 时, } y_{\max} = 5,$$

$$\text{则 } 4 \leq y \leq 5;$$

$$(2) x = -5 = -\frac{3m+1}{2(m-2)}, \text{ 则 } m=3,$$

$$\text{则抛物线的表达式为: } y = x^2 + 10x + 3,$$

$$\text{当 } x = -5 \text{ 时, } y = x^2 + 10x + 3 = -22,$$

同理可得,  $x = -1$  时,  $y = -6$ ,

$$\text{当 } x=n \text{ 时, } y = n^2 + 10n + 3,$$

当  $n \leq -5$  时,

可以看出当  $x = -5$  时,

$$y = -22, x = -1 \text{ 时, } y = -6,$$

最值差为  $16$ ,

则由函数的对称性得,  $-9 \leq n \leq -5$ ;

当  $n > -5$  时,

则  $x = -1$  时, 函数取得最大值,

$x = n$  时函数取得最小值,

$$\text{即 } -6 - (n^2 + 10n + 3) = 16,$$

$$\text{则 } n = -5 \text{ (舍去)},$$

综上,  $-9 \leq n \leq -5$ .

23. (1) 解: 相等 (或  $CD' = BD$ );

相等 (或  $\angle AD' C = \angle ADB$ );

(2) 证明:  $\because$  四边形  $ABCD$  是正方形,

$$\therefore \angle DCB = 90^\circ, BC = DC.$$

$\therefore CE$  绕点  $C$  逆时针旋转  $90^\circ$  得到  $CE'$ ,

$$\therefore \angle ECE' = 90^\circ, CE = CE'.$$

$$\therefore \angle DCB = \angle ECE' = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DCB - \angle BCE = \angle ECE' - \angle BCE$$

$$\text{即 } \angle DCE = \angle BCE'.$$

$$\therefore \triangle BCE' \cong \triangle DCE (SAS).$$

$$\therefore \angle BE' C = \angle DEC = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle CED + \angle CEF = 180^\circ,$$

$$\begin{aligned} \therefore \angle CEF &= 90^\circ, \\ \therefore \angle BE'C &= \angle ECE' \\ &= \angle CEF = 90^\circ. \end{aligned}$$

$\therefore$  四边形  $CEFE'$  是矩形.

$$\text{又} \because CE = CE',$$

$\therefore$  四边形  $CEFE'$  是正方形;

(3) 解:  $\because CE$  绕点  $C$  逆时针旋转  $90^\circ$  得到线段  $CE'$ ,

$$\therefore \angle ECE' = 90^\circ, CE = CE',$$

$$\therefore \frac{CG}{CE'} = \frac{4}{3},$$

$$\therefore \frac{CG}{CE} = \frac{4}{3},$$

$\because$  四边形  $ABCD$  是矩形,

$$AB = 3, BC = 4,$$

$$\therefore CD = AB = 3,$$

$$\therefore \frac{BC}{CD} = \frac{4}{3},$$

$$\therefore \frac{CG}{CE} = \frac{BC}{CD} = \frac{4}{3},$$

$$\therefore \angle DCB = \angle ECE' = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DCB - \angle BCE = \angle ECE' - \angle BCE, \text{ 即 } \angle$$

$$DCE = \angle BCE,$$

$$\therefore \triangle BCG \sim \triangle DCE,$$

$$\therefore \angle BGC = \angle DEC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CED + \angle CEF = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle CEF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BGC = \angle ECG = \angle CEF = 90^\circ,$$

$\therefore$  四边形  $CEFG$  是矩形,

如图, 连接  $AC, BD$  交于点  $O$ ,

连接  $OF$ ,

$\because O$  是  $AC, BD$  的中点,

在  $\text{Rt}\triangle DBF$  中,  $OF = \frac{1}{2}BD$ ,

$$\therefore OF = \frac{1}{2}AC = OA = OC = OD = OB,$$

$\therefore A, F, B, C, D$  共圆,

$$\therefore \angle AFC = 90^\circ,$$

$$\because AD = BC,$$

$$\therefore \widehat{AD} = \widehat{BC},$$

$$\therefore \angle GFC = \angle ACD,$$

在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 5$ ,

$$\therefore \cos \angle ACD = \frac{CD}{AC} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore AF = 2,$$

在  $\text{Rt}\triangle AFC$  中,

$$FC = \sqrt{AC^2 - AF^2} = \sqrt{21},$$

$$\therefore FG = FC \cos \angle CFG = \frac{3\sqrt{21}}{5},$$

$$\therefore \widehat{BC} = \widehat{BC},$$

$$\therefore \angle BFC = \angle BAC,$$

$$\text{又} \because \angle AFC = \angle G = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = \angle FCG,$$

$$\therefore \angle ACB - \angle FCB = \angle FCG - \angle FCB, \text{ 即 } \angle$$

$$ACF = \angle BCG,$$

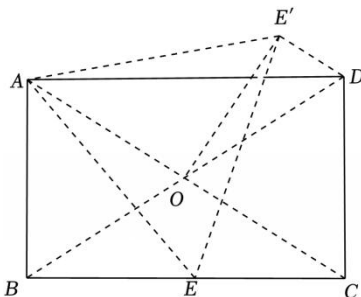
$$\therefore \sin \angle ACF = \frac{AF}{AC} = \sin \angle BCG = \frac{BG}{BC},$$

$$\therefore \frac{2}{5} = \frac{BG}{4},$$

$$\therefore BG = \frac{8}{5},$$

$$\therefore BF = \frac{3\sqrt{21}}{5} - \frac{8}{5},$$

(4) 解: 如图, 连接  $AC, BD$  交于点  $O$ ,



$\because$  四边形  $ABCD$  是矩形,

$$\therefore \angle BAD = 90^\circ, AO = OB,$$

$$\because AD = 3\sqrt{2}, AB = \sqrt{6},$$

$$\therefore AC = BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 2\sqrt{6},$$

$$\therefore AO = OB = AB = \sqrt{6},$$

$\therefore \triangle AOB$  是等边三角形,

则  $\angle OAB = 60^\circ$ ,

$\because$  线段  $AE$  绕点  $A$  逆时针旋转  $60^\circ$  得到线段  $AE'$ ,

$$\therefore AE = AE', \angle EAE' = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle OAB = \angle EAE' = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle OAB - \angle OAE = \angle EAE' - \angle OAE, \text{ 即 } \angle$$

$$EAO = \angle EAB,$$

$$\text{又} \because OA = BA, EA = EA,$$

$$\therefore \triangle EAO \cong \triangle EAB \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle AOE = \angle ABE = 90^\circ,$$

$\therefore E$  在  $OE$  上运动, 且  $EO \perp AC$ ,

$\therefore$  当  $DE' \perp OE$  时,  $DE'$  取得最小值,

$$\therefore \angle AOB = 60^\circ,$$

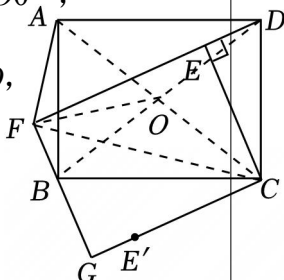
$$\therefore \angle AOD = 120^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle AOE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EOD = 30^\circ,$$

$\therefore$  当  $DE \perp OE$  时,

$$DE = \frac{1}{2}OD = \frac{1}{4}BD = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

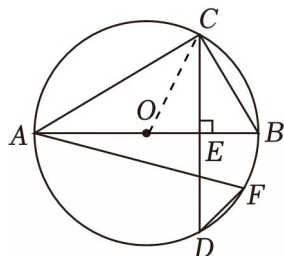


## 成思正品—09

## 一. 选择题

1. A; 2. D; 3. D; 4. B; 5. B; 6. C;  
7. A; 8. A; 9. B; 10. C;

9. 提示: 连接  $CO$ ,



$$CE = ED = \frac{1}{2}CD = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore \angle ECB = 30^\circ,$$

$$\therefore BC = \frac{CE}{\cos 30^\circ} = \frac{2\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 4,$$

$$\therefore OB = BC = 4.$$

10. 解: 设每千克的售价应定为  $x$  千克, 每天的销售利润为  $y$  元, 得,

$$y = (x - 40) [100 - 2(x - 50)]$$

$$= -2x^2 + 280x - 8000$$

$$= -2(x - 70)^2 + 1800,$$

## 二. 填空题

11. 0 或 12 ;

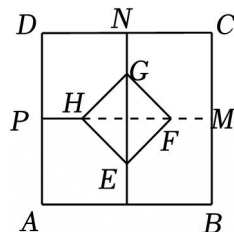
12.  $\frac{5}{2}$  ;

13.  $\frac{3-\sqrt{2}}{2}$  ;

14.  $\frac{22}{5}$  ;

15. 116 ;

13. 解: 如图, 连接  $HF$ , 直线  $HF$  与  $AD$  交于点  $P$ ,



$\therefore$  五边形  $MCNGF$  的面积是正方形  $EFGH$  面积的 2 倍,

设正方形  $EFGH$  与五边形  $MCNGF$  的面积为  $x^2$ ,  $2x^2$ ,

$$\therefore GF^2 = x^2,$$

$$\therefore GF = x,$$

$$\therefore HF = \sqrt{2}x,$$

由折叠可知:

正方形  $ABCD$  的面积为:  $x^2 + 4 \times 2x^2 = 9x^2$ ,

$$\therefore PM^2 = 9x^2,$$

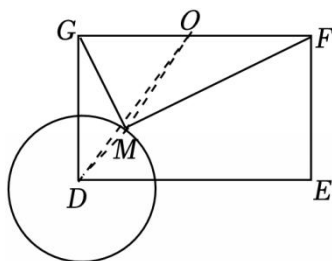
$$\therefore PM = 3x,$$

$$\therefore FM = PH = \frac{1}{2}(PM - HF) = \frac{1}{2}(3x - \sqrt{2}x) = \frac{1}{2}$$

$$(3 - \sqrt{2})x,$$

$$\therefore \frac{FM}{GF} = \frac{\frac{1}{2}(3 - \sqrt{2})x}{x} = \frac{3 - \sqrt{2}}{2}.$$

15. 解答: 设点  $O$  是  $GF$  的中点, 连接  $OM$ ,  $OD$ ,  $DM$ .



$$\therefore OM \leq OD + DM = 5 + 2 = 7,$$

$\therefore OM$  的最大值为 7,

$\therefore MG^2 + MF^2$  的最大值

$$= 2 \times 3^2 + 2 \times 7^2 = 116.$$

## 三. 解答题

16. 解: (1) 原式 = 1;

(2) 原式 =  $x + 3$ ,

当  $x = 2$  时,

原式 = 5.

17. 证明: (1)  $\because AC, BD$  相交于点  $E$ ,  $\angle ACB = \angle ADB$ , 点  $F$  在  $ED$  上,

$$\therefore \angle ACB = \angle ADF,$$

$$\therefore \angle BAF = \angle EAD,$$

$$\therefore \angle BAF - \angle CAF$$

$$= \angle EAD - \angle CAF,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle FAD,$$

在  $\triangle ABC$  和  $\triangle AFD$  中,  $\begin{cases} \angle BAC = \angle FAD \\ AC = AD \\ \angle ACB = \angle ADF \end{cases}$ ,

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle AFD \text{ (ASA)}.$$

(2) 由 (1) 得  $\triangle ABC \cong \triangle AFD$ ,

$$\therefore AB = AF,$$

$$\therefore BE = FE,$$

$$\therefore AC \perp BF, \text{ 即 } AC \perp BD.$$

18. 解: (1) 设这 15 辆车中大货车有  $x$  辆, 则小货车有  $(15-x)$  辆, 根据题意得:  $12x+8(15-x)=152$ , 解得:  $x=8$ ,  $\therefore 15-x=7$ .

答: 这 15 辆车中大货车有 8 辆, 小货车有 7 辆;

(2) 前往  $A$  地的大货车为  $m$  辆, 前往  $A, B$  两地的总运费为  $y$  元, 则前往  $A$  地的小货车为  $(10-m)$  辆, 前往  $B$  地的大货车为  $(8-m)$  辆, 前往  $B$  地的小货车为  $(m-3)$  辆, 根据题意得:  $y=800m+400(10-m)+900(8-m)+600(m-3)$   
 $=100m+9400$ ;

(3)  $\because$  运往  $A$  地的货物不少于 100 箱,  $\therefore 12m+8(10-m) \geq 100$ , 解得:  $m \geq 5$ ,  $\because 100 > 0$ ,  $\therefore y$  随  $m$  值的增大而增大,  $\therefore$  当  $m=5$  时,  $y$  取最小值, 最小值为 9900.

19. 解: (1) 50; 40; 30.

(2)  $2000 \times 10\% = 200$  (人).  $\therefore$  成绩达到优秀的约 200 人.

(3) 由题意得,  $A$  等级的人数为  $50 \times 10\% = 5$  (人). 将 2 名七年级学生分别记为  $A, B$ , 3 名八年级学生分别记为  $C, D, E$ , 列表如下:

	$A$	$B$	$C$	$D$	$E$
$A$		$(A, B)$	$(A, C)$	$(A, D)$	$(A, E)$
$B$	$(B, A)$		$(B, C)$	$(B, D)$	$(B, E)$
$C$	$(C, A)$	$(C, B)$		$(C, D)$	$(C, E)$
$D$	$(D, A)$	$(D, B)$	$(D, C)$		$(D, E)$
$E$	$(E, A)$	$(E, B)$	$(E, C)$	$(E, D)$	

共有 20 种等可能的结果, 其中两名同学来自同一个年级的结果有:  $(A, B), (B, A), (C, D), (C, E), (D, C), (D, E), (E, C), (E, D)$ , 共 8 种,

$\therefore$  两名同学来自同一个年级的概率为  $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$ .

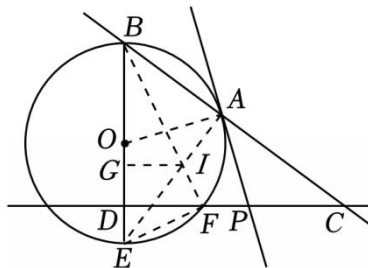
20. (1) 证明: 连接  $OA$ , 则  $OB=OA$ ,  $\therefore \angle OAB = \angle OBA$ ,  $\therefore AP=CP$ ,

$\therefore \angle PAC = \angle PCA$ ,  $\because CD \perp BE$  于点  $D$ ,  $\therefore \angle BDC = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle OAB + \angle PAC = \angle OBA + \angle PCA = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle OAP = 180 - (\angle OAB + \angle PAC) = 90^\circ$ ,  $\because OA$  是  $\odot O$  的半径, 且  $AP \perp OA$ ,  $\therefore AP$  为  $\odot O$  的切线.

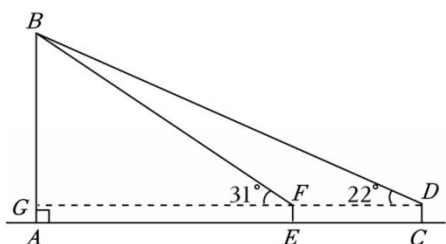
(2) 解: 连接  $BF$  交  $AE$  于点  $I$ , 连接  $EF$ , 作  $IG \perp BE$  于点  $G$ ,

$\because BE$  是  $\odot O$  的直径,  $\therefore \angle BAE = \angle BFE = 90^\circ$ ,  $\therefore IA \perp BA, EF \perp BI$ ,  $\because OB = OE = 5, AB = 6$ ,  $\therefore BE = OB + OE = 5 + 5 = 10$ ,  $\therefore AE = \sqrt{BE^2 - AB^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$ ,  $\therefore F$  为  $\widehat{AE}$  的中点,  $\therefore \widehat{AF} = \widehat{EF}$ ,  $\therefore \angle ABF = \angle EBF$ ,  $\therefore IA = IG$ ,  $\therefore S_{\triangle ABI} + S_{\triangle EBI} = S_{\triangle ABE}$ ,  $\therefore \frac{1}{2} \times 6 \times IA + \frac{1}{2} \times 10 \times IG = \frac{1}{2} \times 6 \times 8$ ,  $\therefore IA = IG = 3$ ,  $\therefore BI = \sqrt{AB^2 + IA^2} = \sqrt{6^2 + 3^2} = 3\sqrt{5}$ ,  $\therefore \frac{1}{2} BI \cdot EF = \frac{1}{2} BE \cdot IG = S_{\triangle BIE}$ ,  $\therefore \frac{1}{2} \times 3\sqrt{5} EF = \frac{1}{2} \times 10 \times 3$ ,  $\therefore EF = 2\sqrt{5}$ ,  $\therefore BF = \sqrt{BE^2 - EF^2} = \sqrt{10^2 - (2\sqrt{5})^2} = 4\sqrt{5}$ ,

$\because \angle BDF = \angle EDF = 90^\circ$ ,  $\therefore BF^2 - BD^2 = EF^2 - DE^2 = DF^2$ ,  $\therefore (4\sqrt{5})^2 - (10 - DE)^2 = (2\sqrt{5})^2 - DE^2$ , 解得  $DE = 2$ ,  $\therefore DE$  的长是 2.



21. 解: 如图, 延长  $DF$  与  $AB$  相交于点  $G$ ,



根据题意可得四边形  $GAEF$  和四边形  $FECD$  是矩形,  $\angle GDB=22^\circ$ ,

$\angle GFB=31^\circ$ ,  $\angle DGB=90^\circ$ ,

$\therefore AG=EF=CD=1.7m$ ,

$DF=CE=32m$ ,

在  $Rt\triangle FGB$  中,  $\tan\angle GFB = \frac{GB}{GF}$ ,

$\therefore GF = \frac{GB}{\tan 31^\circ}$ ,

在  $Rt\triangle DGB$  中,  $\tan\angle GDB = \frac{GB}{GD}$ ,

$\therefore GD = \frac{GB}{\tan 22^\circ}$ .

$\therefore GF+DF=GD$ ,

$\therefore \frac{GB}{\tan 31^\circ} + 32 = \frac{GB}{\tan 22^\circ}$ .

$\therefore GB = \frac{32 \times \tan 22^\circ \tan 31^\circ}{\tan 31^\circ - \tan 22^\circ} \approx \frac{32 \times 0.4 \times 0.6}{0.6 - 0.4} = 38.4$ .

$\therefore AB=AG+GB \approx 1.7+38.4 \approx 40(m)$ ,

答: 世纪钟建筑  $AB$  的高度约为  $40m$ .

22. 解: (1)  $\because$  点  $(1, 2)$ ,  $(0, 5)$  在二次函数  $y=ax^2+bx-5a$  上,

$$\therefore \begin{cases} 2 = a + b - 5a \\ 5 = -5a \end{cases}$$

解得:  $\begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \end{cases}$

$\therefore$  二次函数的表达式为

$$y = -x^2 - 2x + 5,$$

$$\therefore y = -x^2 - 2x + 5$$

$$= -(x^2 + 2x + 1) + 6$$

$$= -(x+1)^2 + 6,$$

$\therefore$  顶点坐标为  $(-1, 6)$ ,

综上所述: 二次函数的表达式为

$$y = -x^2 - 2x + 5,$$

顶点坐标为  $(-1, 6)$ .

(2)  $\because$  对称轴为直线  $x=1$ ,

$$\therefore -\frac{b}{2a} = 1,$$

$$\therefore b = -2a,$$

$$\therefore y = ax^2 - 2ax - 5a,$$

当  $y=3a$  时, 即  $ax^2 - 2ax - 5a = 3a$ ,

$$\therefore a(x-4)(x+2) = 0,$$

$$\therefore a \neq 0,$$

$$\therefore x_1 = -2, x_2 = 4,$$

$\therefore$  当  $x_1 = -2, x_2 = 4$  时,

$$y_1 = y_2 = 3a.$$

(3) 由题意,

$\because$  二次函数  $y=ax^2+bx-5a$  满足当  $x \geq 0$  时, 总有  $y$  随  $x$  的增大而减小,

$$\therefore a < 0, -\frac{b}{2a} \leq 0,$$

$$\therefore b \leq 0,$$

$\because$  二次函数  $y=ax^2+bx-5a$  过点  $(1, 3)$ ,

$$\therefore b = 4a + 3 \leq 0, 4a + b = 8a + 3,$$

$$\therefore a \leq -\frac{3}{4},$$

又  $a < b$ ,

$$\therefore a < 4a + 3.$$

$$\therefore -3a < 3.$$

$$\therefore a > -1,$$

$$\therefore -1 < a \leq -\frac{3}{4},$$

又  $\because 4a + b = 8a + 3$ ,

$$\therefore -5 < 8a + 3 \leq -3,$$

$$\therefore -5 < 4a + b \leq -3.$$

23. (1) ①证明:  $\because AD \cdot CB = DC \cdot AC$ ,

$$\begin{aligned} \therefore \frac{AD}{AC} &= \frac{CD}{BC}, \\ \therefore \angle ADC &= \angle ACB, \\ \therefore \triangle ADC &\sim \triangle ACB, \\ \therefore \angle CAD &= \angle BAC, \\ \therefore AC &\text{平分} \angle DAB; \end{aligned}$$

②  $AD = 8$ ;

(2) ①  $AD = 4\sqrt{5}$ ; 附, 理由如下:

在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,

$E$  是  $AB$  的中点,  $CE = 5\sqrt{5}$ ,

$$\therefore AB = 2CE = 10\sqrt{5},$$

又  $BC = 10$ ,

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = 20,$$

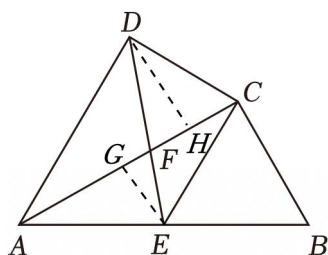
$$\therefore \triangle ADC \sim \triangle ACB,$$

$$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB},$$

$$\therefore \frac{AD}{20} = \frac{20}{10\sqrt{5}},$$

$$AD = 8\sqrt{5};$$

② 过点  $D$  作  $DH \perp AC$  交于  $H$  点, 过点  $E$  作  $EG \perp AC$  交于  $G$  点,



(图2)

在  $\text{Rt}\triangle ACD$  中,

$$CD = \sqrt{AC^2 - AD^2} = 4\sqrt{5},$$

$$\therefore DH = \frac{AD \cdot CD}{AC} = 8,$$

$$\therefore EG \perp AC, BC \perp AC,$$

$$\therefore EG \parallel BC,$$

又  $\because E$  为  $AB$  中点,

$\therefore EG$  为  $\triangle ABC$  的中位线,

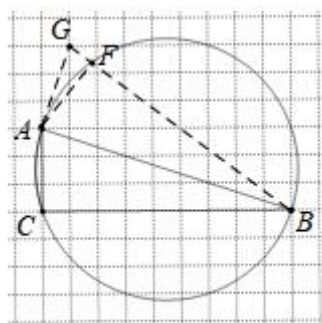
$$\therefore EG = \frac{1}{2}BC = 5,$$

$$\therefore DH \parallel GE,$$

$$\therefore \triangle EFG \sim \triangle DFH,$$

$$\therefore \frac{DF}{EF} = \frac{DH}{GE} = \frac{8}{5};$$

(3) 如图3点  $F$  即为所求;



(图3)

附, 理由如下:

$\because AB$  是圆的直径,

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore AC = 3, BC = 9, AB = 3\sqrt{10},$$

$$AG = \sqrt{10}, BG = 10,$$

$$\therefore \frac{AC}{AG} = \frac{BC}{AB} = \frac{AG}{BC},$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle GBA,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ABG,$$

$$\therefore \widehat{AC} = \widehat{AF},$$

$$\therefore AC = AF.$$

## 成思正品—10

## 一. 选择题

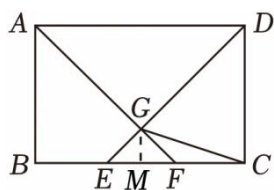
1. D; 2. A; 3. C; 4. B; 5. D; 6. A;

7. D; 8. D; 9. C; 10. B;

7. 解: 据题意  $x_1+x_2=-5$ ,  $x_1x_2=-6$ ,

$$\begin{aligned} \text{所以 } x_1^2+x_2^2 &= (x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2 \\ &= 25+12=37. \end{aligned}$$

10. 提示:



$$BE=EF=CF=\frac{1}{3}BC=4,$$

 $\triangle GEF$  是等腰直角三角形,

$$GM=EM=FM=\frac{1}{2}EF=2,$$

$$CM=CF+MF=4+2=6,$$

$$\tan \angle GCF = \frac{GM}{CM} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

## 二. 填空题

11. 甲;

12. 
$$\begin{cases} 8x - y = 3 \\ y - 7x = 4 \end{cases};$$

13.  $(25, 26)$ ;  $y=x+1$ ;

14. 48;

15.  $\frac{1}{360}$ ;11. 解: 甲的平均数为:  $(9+8+7+7+9) \div 5=8$ ,

$$\begin{aligned} \text{方差为: } &\frac{1}{5}[(9-8)^2 + (8-8)^2 + (7-8)^2 + \\ &(7-8)^2 + (9-8)^2] = 0.8. \end{aligned}$$

乙的平均数为:  $(10+8+8+7+7) \div 5=8$ ,

$$\text{方差为: } \frac{1}{5}[(10-8)^2 + (8-8)^2 + (8-8)^2 +$$

$$(7-8)^2 + (7-8)^2] = 1.2.$$

$$\therefore 0.8 < 1.2,$$

 $\therefore$  选择甲射击运动员.13. 解: 设这条直线的解析式为  $y=kx+b$  ( $k \neq 0$ ), $\therefore$  直线过点  $(1, 2)$ ,  $(4, 5)$ ,

$$\therefore \begin{cases} k + b = 2 \\ 4k + b = 5 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = 1 \\ b = 1 \end{cases},$$

 $\therefore$  这条直线的表达式为:  $y=x+1$ .14. 解: 设篱笆的宽  $AB$  为  $x$  米, 长  $BC$  为  $(24-3x)$  米,

$$\begin{aligned} \therefore S &= x(24-3x) = -3x^2+24x \\ &= -3(x-4)^2+48, \end{aligned}$$

15. 解: 由题知,

$$\text{因为 } \frac{1}{2} = \frac{1}{2 \times 1}, \frac{1}{6} = \frac{1}{3 \times 2}, \frac{1}{12} = \frac{1}{4 \times 3}, \dots,$$

所以第  $n$  行的第 2 个数可表示为  $\frac{1}{n(n-1)}$  ( $n$  为大于 1 的正整数).

$$\text{当 } n=10 \text{ 时, } \frac{1}{n(n-1)} = \frac{1}{90},$$

所以第 10 行的第 2 个数为  $\frac{1}{90}$ ;

$$\text{当 } n=9 \text{ 时, } \frac{1}{n(n-1)} = \frac{1}{72},$$

所以第 9 行的第 2 个数为  $\frac{1}{72}$ ,

$$\text{所以 } \frac{1}{72} - \frac{1}{90} = \frac{1}{360},$$

即第 10 行的第 3 个数是  $\frac{1}{360}$ .

## 三. 解答题

16. 解: (1) 原式  $= 4\sqrt{3} - 2$ ;

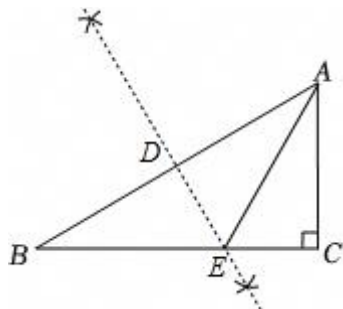
$$(2) \text{ 原式} = \frac{2n+m}{2n-m},$$

$$\therefore \frac{m}{n} = \frac{1}{5},$$

$$\therefore n = 5m,$$

$$\therefore \text{原式} = \frac{10m+m}{10m-m} = \frac{11}{9}.$$

17. 解: (1) 如图所示, 即为所求;



(2) 在  $\triangle ABC$  中,

$$\because \angle ACB = 90^\circ, \angle BAC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 90^\circ - \angle BAC = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ,$$

$\because DE$  是  $AB$  的垂直平分线,

$$\therefore EB = EA,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle B = 30^\circ,$$

$$\begin{aligned} \therefore \angle CAE &= \angle BAC - \angle BAE \\ &= 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ, \end{aligned}$$

在  $\text{Rt}\triangle EAC$  中,

$$\because \angle CAE = 30^\circ,$$

$$\therefore CE = \frac{1}{2}AE,$$

$$\begin{aligned} \therefore BC &= BE + CE = BE + \frac{1}{2}AE \\ &= BE + \frac{1}{2}BE = \frac{3}{2}BE = 6, \end{aligned}$$

$$\therefore BE = 4.$$

18. 解: (1) 设这三个月该市新建智能充电桩个数的月平均增长率为  $x$ ,

$$\text{根据题意得: } 300(1+x)^2 = 432,$$

$$\text{解得: } x_1 = 0.2 = 20\%, x_2 = -2.2 \text{ (舍去)}.$$

答: 这三个月该市新建智能充电桩个数的月平均增长率为 20%;

(2) 设本次追加购买  $m$  个  $A$  种充电桩, 则追加购买  $(100 - m)$  个  $B$  种充电桩,

$$\text{根据题意得: } m \leq 100 - m,$$

$$\text{解得: } m \leq 50.$$

设本次追加购买共花费  $w$  万元,

$$\text{则 } w = 0.5m + 0.6(100 - m),$$

$$\text{即 } w = -0.1m + 60,$$

$$\because -0.1 < 0,$$

$\therefore w$  随  $m$  的增大而减小,

$\therefore$  当  $m = 50$  时,  $w$  取得最小值,

$$\text{最小值为 } -0.1 \times 50 + 60 = 55 \text{ (万元)}.$$

答: 本次追加购买最少花费 55 万元.

19. 解: (1) 10, 40, 80.5;

(2) 八年级的较好, 理由如下:

八年级学生一周运动时间的中位数、众数均比七年级的大;

$$\begin{aligned} (3) \quad & 800 \times (10\% + 40\%) + 600 \times \frac{14+40}{100} \\ &= 724 \text{ (人)}, \end{aligned}$$

答: 估计该校七、八年级一周运动时间不低于 80 分钟的学生一共有 724 人.

20. (1) 证明:  $\because AE = AF,$

$$\therefore \angle AFC = \angle AED,$$

$$\because \angle AFC = \angle B,$$

$$\therefore \angle AED = \angle B,$$

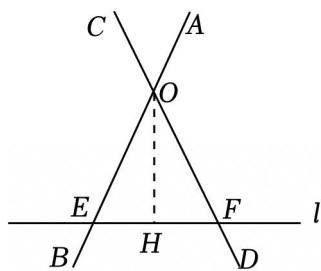
$\because AP$  与  $\odot O$  相切于点  $A,$

点  $D$  在  $AP$  上, 点  $E$  在  $AB$  上,

$\therefore AP \perp OA$ ,  
 $\therefore \angle DAE = 90^\circ$ ,  
 $\therefore \angle ADE + \angle AED = 90^\circ$ ,  
 $\because AB$  是  $\odot O$  的直径,  
 $\therefore \angle ACB = 90^\circ$ ,  
 $\therefore \angle CAB + \angle B = 90^\circ$ ,  
 $\therefore \angle CAB = \angle ADE$ .

(2) 解:  $\because \frac{BC}{CA} = \tan \angle CAB$   
 $= \tan \angle ADE = \frac{EA}{AD} = \frac{1}{2}$ ,  $BC = 2$ ,  
 $\therefore CA = 2BC = 4$ ,  
 $\because \angle CAE = \angle CDA$ ,  $\angle ECA = \angle ACD$ ,  
 $\therefore \triangle ECA \sim \triangle ACD$ ,  
 $\therefore \frac{CE}{CA} = \frac{CA}{CD} = \frac{EA}{AD} = \frac{1}{2}$ ,  
 $\therefore CE = \frac{1}{2}CA = 2$ ,  $CD = 2CA = 8$ ,  
 $\therefore DE = CD - CE = 6$ ,  
 $\therefore DE$  的长是 6.

21. 解: 如图, 过  $O$  点作  $OH \perp EF$ , 垂足为  $H$ ,



$\because \angle AEF = \angle CFE = 65^\circ$ ,  
 $\therefore OE = OF$ ,  
 $\because EF = 0.6m$ ,  
 $\therefore EH = \frac{1}{2}EF = 0.3(m)$ ,  
 $\because$  在  $Rt\triangle OEH$  中,  $\angle OHE = 90^\circ$ ,  
 $\angle OEF = 65^\circ$ ,

$\therefore OE = \frac{EH}{\cos \angle OEF} = \frac{0.3}{\cos 65^\circ}$   
 $\approx \frac{0.3}{0.42} \approx 0.7(m)$ ,  
 $\because AB = 1.8m$ ,  $BE = 0.3m$ ,  
 $\therefore OA = AB - OE - BE$   
 $= 1.8 - 0.7 - 0.3 = 0.8(m)$ ,

问题总结:  $OA = 0.8m$ .

22. 解: (1) 将  $(1, 3)$  代入一次函数表达式得:

$3 = k + 2$ , 则  $k = 1$ ,  
 则一次函数表达式为:  $y = x + 2$ ,  
 当  $y = \frac{3}{2} = x + 2$  时,  $x = -\frac{1}{2} = -\frac{b}{2}$ ,  
 则  $b = 1$ ,  
 即  $b = k = 1$ ;

(2) 由 (1) 得:  $b = 1$ ,

$\therefore$  抛物线解析式为  $y = x^2 + x + c$ ,  
 $\because$  抛物线  $y = x^2 + x + c$  与  $x$  轴交于  $(x_1, 0)$   $(x_2, 0)$ ,

$\therefore x_1 + x_2 = -1$ ,  
 $\therefore x_2 = -1 - x_1$ ,  
 $\because 3 \leq x_2 - x_1 < 11$ ,  
 $\therefore 3 \leq (-1 - x_1) - x_1 < 11$ ,  
 $\therefore -6 < x_1 \leq -2$ ,  
 $\therefore p = x_1^2 - 4x_2^2 = x_1^2 - 4(-1 - x_1)^2$   
 $= -3x^2 - 8x - 4$   
 $= -3(x_1 + \frac{4}{3})^2 + \frac{116}{27}$ ,  
 $\because -3 < 0$ ,  $-6 < x_1 \leq -2$ ,  
 $\therefore p$  随  $x_1$  的增大而增大,  
 $\therefore$  当  $x_1 = -2$  时,  
 $p_{\text{最大值}} = -3x^2 - 8x - 4 = 0$ ,

当  $x_1 = -6$  时,

$$p = -3x^2 - 8x - 4 = -64,$$

即  $p$  的取值范围为:  $-64 < p \leq 0$ ;

(3) 由 (2) 得: 抛物线解析式为  $y = x^2 + x + c$ ,

$\because$  抛物线对称轴为直线  $x = -\frac{1}{2}$ ,

且当  $-2 < x < 1$  时, 抛物线

与直线  $y = x + 2$  有且只有一个公共点,

联立得:  $x^2 + x + c = x + 2$ , 即  $x^2 = 2 - c$ ,

当  $c > 2$  时, 该方程没有实数根, 不满足题意;

当  $c = 2$  时, 方程的解为  $x = 0$ , 满足题意;

当  $c < 2$  时, 方程的解为  $x = \pm\sqrt{2-c}$ , 若  $-2$

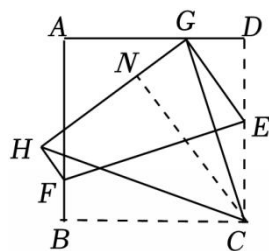
$< x < 1$ , 则  $-2 < c \leq 1$  且  $c \neq 2$ , 满足题意;

综上所述, 满足题意的  $c$  的取值范围为  $-2 < c \leq 1$  或  $c = 2$ .

23. 解: (1)  $CG \perp EF$ ,  $CG = EF$

(2) 解:  $\triangle CGH$  的面积为定值, 理由如下:

如图②, 作  $CN \perp HG$  于点  $N$ ,



图②

$\because GC$  平分  $\angle DGH$ ,  $CD \perp AD$ ,

$\therefore CN = CD$ ,

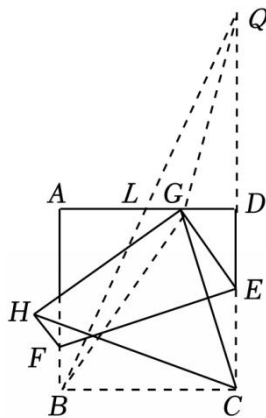
由折叠知,  $GH = BC$ ,

$\therefore CN = CD = BC = GH = m$ ,

$\therefore S_{\triangle HCG} = \frac{1}{2}HG \cdot CN = \frac{1}{2}m^2$ ,

$\therefore \triangle CGH$  的面积为定值  $\frac{1}{2}m^2$ ;

(3) 解: 作点  $C$  关于  $AD$  的对称点  $Q$ , 连接  $BG$ ,  $BQ$ ,



图③

则  $AD$  垂直平分  $CQ$ ,

$\therefore QG = CG$ ,

由折叠知,  $EG = CE$ ,  $GH = BC$ ,

$\therefore \angle EGC = \angle GCE$ ,

$\therefore \angle HGC = \angle BCG$ ,

$\because AD \parallel BC$ ,

$\therefore \angle DGC = \angle BCG$ ,

$\therefore \angle BCG = \angle HGC$ ,

$\because CG = CG$ ,

$\therefore \triangle BCG \cong \triangle HGC$  (SAS),

$\therefore BG = CH$ ,

$\therefore CH + CG$  的最小值为  $BG + GQ$ ,

$\therefore$  当点  $B$ 、 $G$ 、 $Q$  三点共线时,

$CH + CG$  的最小值为  $BQ$  的长,

当  $m = 3$  时,  $BC = 3$ ,  $CQ = 6$ ,

在  $\text{Rt} \triangle QBC$  中, 根据勾股定理得,

$$BQ = \sqrt{BC^2 + CQ^2} = 3\sqrt{5},$$

$\therefore CH + CG$  的最小值为  $3\sqrt{5}$ .

## 成思正品—11

### 一. 选择题

1. B; 2. C; 3. B; 4. D; 5. D; 6. D;  
7. A; 8. C; 9. C; 10. A;

7. 解: 如图, 过点  $A$  作  $AM \perp BF$ , 垂足为  $M$ ,

$$AM = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}, \quad BM = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

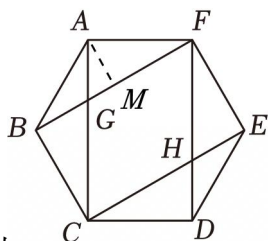
$$\therefore BG = \frac{\sqrt{3}}{3}BC = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore FG = BF - BG$$

$$= \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

$\therefore$  四边形  $GCHF$  的面积为

$$FG \cdot BC = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$



9. 解: 设  $P$ 、 $Q$  同时出发后经过  $ts$ ,  $\triangle PBQ$  的面积为  $S\text{cm}^2$ .

则  $BQ = 2t\text{cm}$ ,  $AP = t\text{cm}$ ,

$BP = AB - AP = (6 - t)\text{cm}$ .

$$\text{则 } S = \frac{1}{2}BP \cdot BQ = -t^2 + 6t$$

$$= -(t - 3)^2 + 9.$$

$$\therefore AB = 6, \quad BC = 8\text{cm},$$

点  $P$  的运动速度为  $1\text{m/s}$ ,

点  $Q$  的运动速度为  $2\text{m/s}$ ,

$$\therefore 0 < t \leq 4,$$

$$\therefore S = -(t - 3)^2 + 9 \quad (0 < t \leq 4),$$

$\therefore t = 3$  时,  $S$  有最大值, 最大值为  $9$ , 即  $\triangle PBQ$  的最大面积为  $9\text{cm}^2$ .

10. 解: 由题意, 设  $\triangle BGC$  的边长  $BC = c$ ,  $CG = b$ ,  $BG = a$ ,

$\therefore$  小正方形  $EFGH$  的边长  $FG = a - b$ .

$\therefore BP = BC$ ,  $BG \perp PC$ ,

$\therefore CG = GP = b$ .

$\therefore HP = a - 2b$ .

$\therefore DE \parallel BG$ ,

$$\therefore \frac{DH}{BG} = \frac{HP}{PG}.$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{a - 2b}{b}.$$

$$\therefore b^2 + 2ab - a^2 = 0.$$

$$\therefore \left(\frac{b}{a}\right)^2 + 2\left(\frac{b}{a}\right) - 1 = 0.$$

$$\therefore \frac{b}{a} = -1 + \sqrt{2} \quad (\text{负根不合题意, 舍去}).$$

$$\therefore \tan \angle CBG = \frac{CG}{BG} = \frac{b}{a} = -1 + \sqrt{2}.$$

### 二. 填空题

11. \_\_\_\_\_;

12. 108;

13.  $x(x - 1) = 90$  或  $x^2 - x - 90 = 0$ ;

14. 2;

15. -2;

15. 解:  $AB = 4$ ,

$\therefore M(4, 2)$ ,

$\therefore E$  点的纵坐标为  $2$ ,

即  $EN = 2$ ,

$\therefore \triangle ECN \cong \triangle CDO$  (AAS),

$\therefore OC = EN = 2$ ,  $\therefore C(2, 0)$ ,

代入  $y = kx + 4$  得,  $0 = 2k + 4$ ,

解得  $k = -2$ ,

### 三. 解答题

16. 解: 原式  $= -\frac{3}{2a+6}$ ,

$$\therefore a^2 - a - 6 = 0,$$

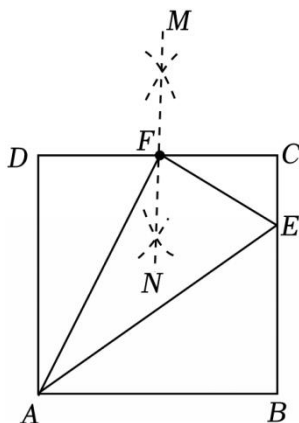
$$\therefore a = -2 \text{ 或 } a = 3,$$

又  $a \neq \pm 3$  且  $a \neq 2$ ,

当  $a = -2$  时,

$$\text{原式} = -\frac{3}{-4+6} = -\frac{3}{2}.$$

17. (1) 解: 作  $CD$  的垂直平分线  $MN$ , 交  $CD$  于  $F$ , 连接  $AF$ ,  $EF$ , 如图:



点  $F$  即为所求;

(2) 证明: 由作图可知  $F$  为  $CD$  中点,

$\therefore$  正方形  $ABCD$  的边长为  $4a$ ,

$\therefore CF=DF=2a$ ,

$\therefore CE=a$ ,

$\therefore \frac{CE}{DF} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}, \frac{CF}{AD} = \frac{2a}{4a} = \frac{1}{2}$ ,

$\therefore \frac{CE}{DF} = \frac{CF}{AD} = \frac{1}{2}$ ,

$\therefore \angle C = \angle D = 90^\circ$ ,

$\therefore \triangle DFA \sim \triangle CEF$ ,

$\therefore \frac{EF}{AF} = \frac{CE}{DF} = \frac{1}{2}, \angle CFE = \angle DAF$ ,

$\therefore \frac{EF}{AF} = \frac{CE}{CF}$ ,

$\therefore \frac{CE}{EF} = \frac{CF}{AF}$ ,

$\therefore \angle DAF + \angle DFA = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle CFE + \angle DFA = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle AFE = 90^\circ = \angle C$ ,

$\therefore \triangle CEF \sim \triangle FEA$ ,

$\therefore \triangle DFA \sim \triangle CEF \sim \triangle FEA$ .

18. 解: (1)  $\therefore$  甲种灯笼单价为  $x$  元/对,

$\therefore$  乙种灯笼的单价为  $(x+9)$  元/对,

由题意得:

$$\frac{3120}{x} = \frac{4200}{x+9},$$

解得  $x=26$ ,

经检验,  $x=26$  是原方程的解, 且符合题意,

$\therefore x+9=26+9=35$ ,

答: 甲种灯笼单价为 26 元/对,

乙种灯笼的单价为 35 元/对.

(2) ①  $y = (50+x-35)(98-2x)$   
 $= -2x^2 + 68x + 1470$ ,

答:  $y$  与  $x$  之间的函数解析式为:

$$y = -2x^2 + 68x + 1470.$$

②  $\therefore a = -2 < 0$ ,

$\therefore$  函数  $y$  有最大值, 该二次函数的对称轴为:

$$x = -\frac{b}{2a} = 17,$$

物价部门规定其销售单价不高于每对 65 元,

$\therefore x+50 \leq 65$ ,

$\therefore x \leq 15$ ,

$\therefore x < 17$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大,

$\therefore$  当  $x=15$  时,  $y_{\text{最大}}=2040$ .

$15+50=65$ .

答: 乙种灯笼的销售单价为每对 65 元时, 一天获得利润最大, 最大利润是 2040 元.

19. 解: (1) 79; 79; 17;

(2) 总体乙班成绩比较好,

理由: 乙班成绩与甲班平均数相同, 中位数、众数高于甲班, 方差小于甲班, 代表乙班成绩的集中度比甲好, 总体乙班成绩比较好;

(3) 这两个班可以获奖的总人数为:  $45 \times \frac{4}{10} +$

$$40 \times \frac{6}{10} = 18 + 24 = 42 \text{ (人)}.$$

20. (1) 证明:  $\therefore AB \perp CD, AM \perp BC$ ,

$\therefore \angle AED = \angle AEF = \angle AMC = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle AFE = \angle CFM$ ,

$\therefore \angle EAF = \angle FCM$ ,

$\therefore \widehat{BD} = \widehat{BD}$ ,

$\therefore \angle BAD = \angle BCD$ ,

$\therefore \angle BAD = \angle BAF$ ,

$\therefore AN = AG$ ,

$\therefore \angle N = \angle G$ ,

$\therefore \angle DAG = \angle BAD + \angle BAF = \angle N + \angle G$ ,

$\therefore \angle BAD = \angle BAF = \angle N = \angle G$ ,

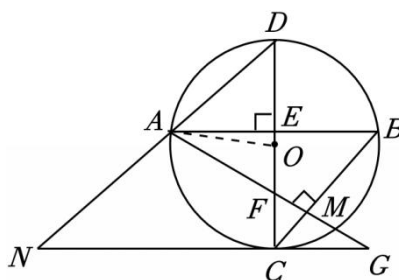
$\therefore AB \parallel GN$ ,

$\therefore CG \perp CD$ ,

$\therefore OC$  是  $\odot O$  的半径,

$\therefore GC$  是  $\odot O$  的切线;

(2) 解: 连接  $OA$ ,



在  $\triangle AED$  和  $\triangle AEF$  中,

$$\begin{cases} \angle BAD = \angle BAF \\ AE = AE \\ \angle AED = \angle AEF \end{cases},$$

$\therefore \triangle AED \cong \triangle AEF$  (ASA),

$\therefore DE = EF$ ,

设  $OE = x$ , 则  $DE = EF = x+2$ ,

$\therefore AO = OD = 2x+2$ ,

在  $Rt\triangle AOE$  中有:  $AO^2 = AE^2 + OE^2$ ,

即:  $(2x+2)^2 = x^2 + (\sqrt{7})^2$ ,

$\therefore x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = -3$  (舍去),

$\therefore OE = \frac{1}{3}$ .

21. 解: (1)  $\because$  由题可知: 在  $Rt\triangle AGM$  中,  $AM = (13 \text{分})$  米,  $MG = (12 \text{分})$  米,  $AG \perp GM$ ,

$\therefore AG = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$  (分米),

$\because AB = (19 \text{分})$  米,

$\therefore BG = AB - AG = 19 - 5 = 14$  (分米),

$\therefore MN = BG = 14$  (分米),

$\therefore$  该连衣裙  $MN$  的长度为 (14分) 米;

(2) 如图2, 过  $E$  作  $EK \perp AB$  于  $K$ ,

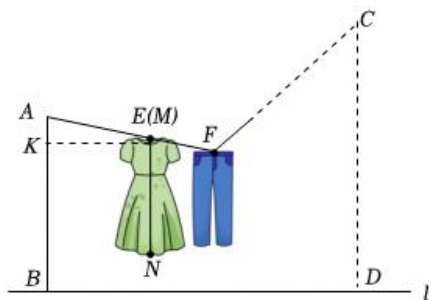


图2

$\because$  在  $Rt\triangle AKE$  中,  $AE = (13 \text{分})$  米,  $\angle BAE = 76.1^\circ$ ,  $AK \perp KE$ ,

$\therefore AK = AE \cdot \cos 76.1^\circ = 13 \times 0.24 = 3.12$  (分米),

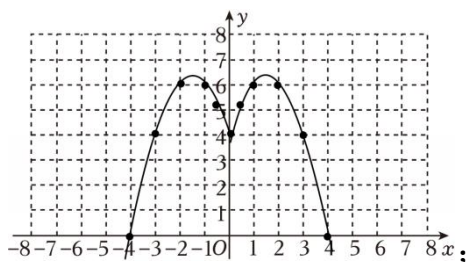
$\because AB = (19 \text{分})$  米,

$\therefore BK = AB - AK = 19 - 3.12 = 15.88$  (分米),

$\therefore BK - MN = 15.88 - 14 = 1.88 \approx 2$  (分米),

$\therefore$  该连衣裙下端  $N$  点到地面水平线  $l$  的距离约为 (2分) 米.

22. 解: 【探究一】(1) 描点, 并画出函数图象如图:



(2) 由图象知:

① 0;

② -4; 4;

③ 4;

【探究二】由题意得  $\begin{cases} a - b + 4 = 1 \\ -\frac{b}{2a} = 1 \end{cases}$ ,

解得  $\begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases}$ ,

$\therefore$  此“ $X(1)$  函数”为  $y = -x^2 + 2x + 4$ ,

① 当  $t < 1$  时,

$x = t$  时,  $y_1 = -t^2 + 2t + 4$ ,

$x = t - 1$  时,

$y_2 = -(t-1)^2 + 2(t-1) + 4$ ,

$y_1 - y_2 = (-t^2 + 2t + 4)$

$-[-(t-1)^2 + 2(t-1) + 4]$

$= -2t + 3 = 2$ ,

$\therefore t = \frac{1}{2}$ ;

② 当  $t - 1 \geq 1$ , 即  $t \geq 2$  时,

$x = t - 1$  时,

$y_1 = -(t-1)^2 + 2(t-1) + 4$ ,

$x = t$  时,

$y_2 = -t^2 + 2t + 4$ ,

$y_1 - y_2$

$= -(t-1)^2 + 2(t-1) + 4 - (-t^2 + 2t + 4) = 2t - 3 = 2$ ,

$\therefore t = \frac{5}{2}$ ;

③ 当  $1 \leq t < \frac{3}{2}$  时,

$x = 1$  时,  $y_1 = 5$ ,

$x = t - 1$  时,

$y_2 = -(t-1)^2 + 2(t-1) + 4$ ,

$y_1 - y_2 = 5 - [-(t-1)^2 + 2(t-1) + 4] = t^2 - 4t + 4 = 2$ ,

$\therefore t = 2 \pm \sqrt{2}$  (舍去);

④  $\frac{3}{2} \leq t < 2$  时,

$x = 1$  时,  $y_1 = 5$ ,

$x = t$  时,  $y_2 = -t^2 + 2t + 4$ ,

$y_1 - y_2 = 5 - (-t^2 + 2t + 4)$

$= t^2 - 2t + 1 = 2$ ,

$\therefore t = 1 \pm \sqrt{2}$  (舍去),

综上所述:  $t$  的值为  $\frac{1}{2}$  或  $\frac{5}{2}$ .

23. (1) 证明: 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  
 $\angle ACB=90^\circ$ ,  $CD$  是斜边  $AB$  上的高,

$$\begin{aligned} \therefore \angle ACD + \angle BCD \\ = \angle B + \angle BCD = 90^\circ, \end{aligned}$$

$$\therefore \angle ACD = \angle B.$$

又  $\because \angle ADC = \angle ACB = 90^\circ$ ,

$$\therefore \triangle ACD \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AC},$$

$$\therefore AC^2 = AD \cdot AB;$$

(2) 解:  $\triangle AEB$  是直角三角形; 理由如下:

$$\because \angle ACE = \angle AFC,$$

$$\therefore \angle ACB + \angle BCE = \angle ADF + \angle EAB,$$

$$\text{即 } 90^\circ + \angle BCE = 90^\circ + \angle EAB,$$

$$\therefore \angle BCE = \angle EAB,$$

如图 2, 记  $AB, CE$  的交点为  $O$ ,

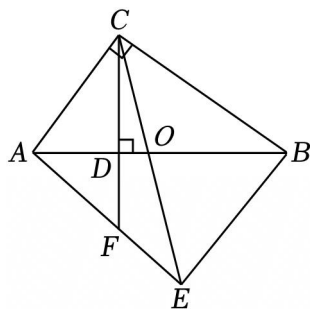


图2

$$\because \angle AOE = \angle BOC,$$

$$\therefore \triangle AOE \sim \triangle COB,$$

$$\therefore \frac{AO}{CO} = \frac{OE}{OB}, \quad \angle OBC = \angle OEA,$$

$$\because \angle AOC = \angle BOE,$$

$$\therefore \triangle AOC \sim \triangle EOB,$$

$$\therefore \angle CAO = \angle BEO,$$

$$\begin{aligned} \therefore \angle AEB &= \angle BCO + \angle ACO \\ &= \angle ACB = 90^\circ, \end{aligned}$$

$\therefore \triangle AEB$  是直角三角形;

(3) 解: 线段  $BE$  的最小值为 5. 理由如下:

$\because \triangle ABC$  是直角三角形,  $\angle ACB=90^\circ$ ,  $AC=$

$2$ ,  $BC = 2\sqrt{5}$ ,  $\angle CEB = \angle CBD$ ,  $\angle ECB = \angle$   
 $BCD$ ,

$$\therefore \triangle CEB \sim \triangle CBD,$$

$$\therefore \frac{CE}{CB} = \frac{CB}{CD},$$

$$\therefore CD \cdot CE = CB^2 = 20,$$

如图 3, 以点  $A$  为圆心, 2 为半径作  $\odot A$ ,

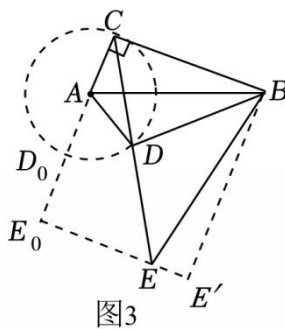


图3

$$\because AC = AD = 2,$$

$\therefore C, D$  都在  $\odot A$  上,  $\angle CDD_0 = 90^\circ$ , 延长  $CA$   
 至点  $E_0$ , 使得  $CE_0 = 5$ , 交  $\odot A$  于点  $D_0$ ,

$$\therefore CD_0 = 4, \quad \angle CDD_0 = 90^\circ,$$

$$\therefore CD_0 \cdot CE_0 = 20 = CD \cdot CE,$$

$$\text{则 } \frac{CD_0}{CE} = \frac{CD}{CE_0}.$$

$$\because \angle ECE_0 = \angle DCD_0,$$

$$\therefore \triangle ECE_0 \sim \triangle D_0CD,$$

$$\therefore \angle CDD_0 = \angle CE_0E = 90^\circ,$$

$\therefore$  点  $E$  在过点  $E_0$  且与  $CE_0$  垂直的直线上运动.

如图 3: 过点  $B$  作  $BE' \perp E_0E$ , 垂足为  $E'$ ,  
 $BE'$  即为最短的  $BE$ ,

$$\because \angle CE_0E = \angle BE'E = \angle ACB = 90^\circ,$$

$\therefore$  四边形  $BCE_0E'$  是矩形.

$$\because CE_0 = BE' = 5,$$

$\therefore$  线段  $BE$  的最小值为 5.

## 成思正品—12

## 一. 选择题

1. A; 2. A; 3. C; 4. A; 5. B; 6. B;  
7. D; 8. D; 9. B; 10. C;

9. 解: 如图, 连接  $AD$  并延长交  $\odot O$  于点  $E$ ,

$\because AB=AC$ ,  $D$  为  $BC$  中点,

$\therefore BD=DC=4$ ,  $OD \perp BC$ ,

锐角三角形  $ABC$  中,

$AB=AC$ ,

$\therefore$  外接圆心  $O$  在  $AD$  上,

连接  $OB$ , 由勾股定理得:

$$OD = \sqrt{OB^2 - BD^2} = 3,$$

$\therefore DE=2$ ,  $DA=8$ ,

设以  $D$  为圆心的圆的半径为  $r$ ,

$\therefore DE < r < DA$ ,

即  $2 < r < 8$ ,

在此范围的半径只有选项  $B$ .

10. 解: ①由表可知, 二次函数与  $x$  轴交点坐标为  $(1, 0)$  和  $(3, 0)$ ,

$\therefore$  对称轴为直线  $x=2$ ,

又  $\because$  当  $x=4$  时,  $y=-3$ ,

$\therefore$  该二次函数图象开口向下.

故①不正确.

②  $\because$  对称轴为直线  $x=2$ , 图象开口向下,

$\therefore$  当  $x=2$  时, 函数取最大值  $y=1$ .

故②正确.

③  $\because$  抛物线上的点关于对称轴对称,

$\therefore$  点  $(4, -3)$  和点  $(0, -3)$  关于直线  $x=2$  对称,

$\therefore$  当  $x=0$  时,  $y=-3$ .

故③正确.

④  $\because$  当  $x < 1$  或  $x > 3$  时,  $y < 0$ ,

$\therefore$  无法判断  $x_1$  与  $x_2$  的大小.

故④不正确.

## 二. 填空题

11.  $\frac{1}{2}$ ;

12.  $\underline{12}$ ;

13.  $\underline{-3 < x < -1 \text{ 或 } x > 0}$ ;

14.  $\underline{2\sqrt{2}-1}$ ;

15.  $\underline{30}$ ;

11. 解:  $\because x_1+x_2=3b=-3$ ,

$$x_1x_2=c=2,$$

$$\therefore b=-1,$$

$$\therefore c^b = 2^{-1} = \frac{1}{2},$$

12. 提示:  $\angle EAC = \angle ECA$ ,

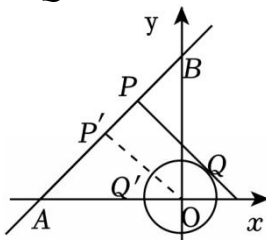
$\therefore \angle CED = \angle EAC + \angle ECA$ ,

$\therefore \angle EAC = 30^\circ$ ,

$\therefore \angle ACD = 90^\circ$ ,

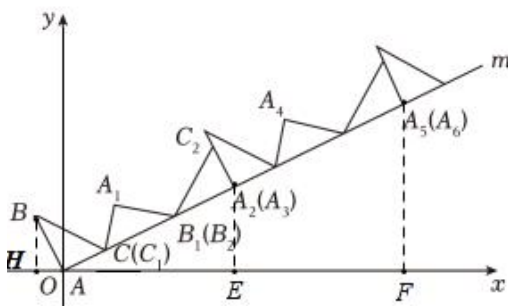
$\therefore AD = 2CD = 12cm$ ,

14. 提示: 如图, 作  $OP' \perp AB$  于  $P'$ , 交  $\odot O$  于  $Q'$ ,



此时  $PQ$  的长度最小, 为  $P'Q'$ ,

15. 解: 如图, 设直线  $m$  与  $y$  轴交于点  $D$ , 分别过  $B$ 、 $A_2$ 、 $A_5$  作  $BH \perp x$  轴,  $A_2E \perp x$  轴,  $A_5F \perp x$  轴, 垂足分别为点  $H$ 、 $E$ 、 $F$ ,



$$\because A(0, 0), B(-1, \sqrt{3}),$$

$$\therefore HA=1, HB=\sqrt{3},$$

$$\therefore AB=2,$$

$$\therefore BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \frac{5}{2},$$

$$\therefore AA_2 = AC + CB_1 + B_1A_2 = 6,$$

$$\therefore A_2E = \frac{1}{2}AA_2 = 3,$$

即  $A_2(A_3)$  的纵坐标为 3,

同理  $A_5(A_6)$  的纵坐标为 6,

$\therefore A_{29}(A_{30})$  的纵坐标为 30.

## 三. 解答题

16. 解: (1) 原式  $= -7$ ;

(2) 原式  $= x^2 + x$ ,

$$\therefore x^2 + x - 8 = 0,$$

$$\therefore x^2 + x = 8,$$

$$\therefore \text{原式} = 8.$$

17. (1) 解: ① (或②);

(2) 选择①  $\angle 1 = \angle 2$ ,

证明:  $\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形,

$$\therefore AB \parallel DC, AB = DC,$$

$$\therefore \angle A + \angle D = 180^\circ,$$

在  $\triangle ABM$  和  $\triangle DCM$  中,

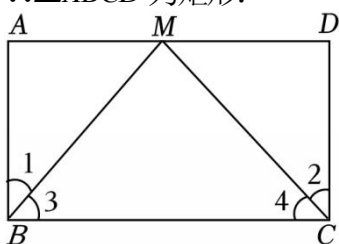
$$\begin{cases} AB = DC \\ \angle 1 = \angle 2 \\ BM = CM \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABM \cong \triangle DCM$  (SAS),

$$\therefore \angle A = \angle D,$$

$$\therefore \angle A = \angle D = 90^\circ,$$

$\therefore \square ABCD$  为矩形.



18. 解: (1) 设购进甲种纪念品每件需  $x$  元, 购进乙种纪念品每件需  $y$  元.

$$\text{由题意得: } \begin{cases} 4x + 3y = 550 \\ 5x + 6y = 800 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x = 100 \\ y = 50 \end{cases}$$

答: 购进甲种纪念品每件需 100 元, 购进乙种纪念品每件需 50 元.

(2) 设购进甲种纪念品  $a$  ( $a \geq 60$ ) 件, 则购进乙种纪念品  $(80 - a)$  件. 由题意得:

$$100a + 50(80 - a) \leq 7100$$

$$\text{解得 } a \leq 62$$

$$\text{又 } a \geq 60$$

所以  $a$  可取 60、61、62.

即有三种进货方案.

方案一: 甲种纪念品 60 件, 乙种纪念品 20 件;

方案二: 甲种纪念品 61 件, 乙种纪念品 19 件;

方案三: 甲种纪念品 62 件, 乙种纪念品 18 件.

(3) 设利润为  $W$ , 则

$$W = 20a + 30(80 - a) = -10a + 2400$$

所以  $W$  是  $a$  的一次函数,  $-10 < 0$ ,

$W$  随  $a$  的增大而减小.

所以当  $a$  最小时,  $W$  最大.

$$\text{此时 } W = -10 \times 60 + 2400 = 1800$$

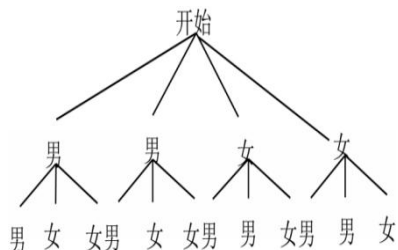
答: 若全部销售完, 方案一获利最大, 最大利润是 1800 元.

19. 解: (1) 40,  $54^\circ$ ;

$$(2) \text{ 解: } 1200 \times \frac{6}{40} = 180 \text{ (人);}$$

答: 估计九年级学生选择  $D$  类的大约有 180 人.

(3) 解: 画树状图如下:



所有等可能的结果共有 12 种, 其中抽到的一男一女的结果数为 8,

$$\therefore \text{抽到的一男一女的概率为 } \frac{8}{12} = \frac{2}{3}.$$

20. (1) 证明: 连接  $OA$ , 则  $OA = OB$ ,

$$\therefore \angle OBA = \angle OAB,$$

$$\therefore AB \perp OP \text{ 于点 } C,$$

$$\therefore AC = BC,$$

$$\therefore OP \text{ 垂直平分 } AB,$$

$$\therefore PA = PB,$$

$$\therefore \angle PBA = \angle PAB,$$

$$\therefore PA \text{ 为 } \odot O \text{ 的切线, } A \text{ 为切点,}$$

$$\therefore PA \perp OA,$$

$$\therefore \angle OBP = \angle OBA + \angle PBA$$

$$= \angle OAB + \angle PAB = \angle OAP = 90^\circ,$$

$$\therefore OB \text{ 是 } \odot O \text{ 的半径, 且 } PB \perp OB,$$

$$\therefore PB \text{ 为 } \odot O \text{ 的切线.}$$

(2) 解:  $\because \angle DBP = 90^\circ$ ,

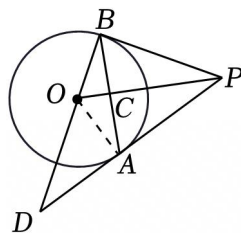
$$\therefore PB^2 + BD^2 = PD^2,$$

$$\therefore BD = 8, AD = 4, \text{ 且 } PA = PB,$$

$$\therefore PA^2 + 8^2 = (4 + PA)^2,$$

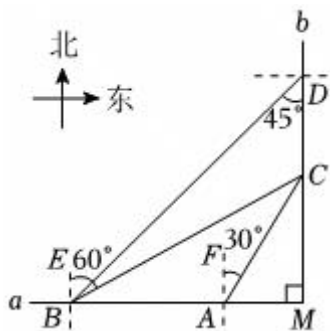
$$\text{解得 } PA = 6,$$

$$\therefore PA \text{ 的长为 } 6.$$



21. 解: (1) 如图, 由题意点  $C$  位于景点  $B$  的北偏东  $60^\circ$  方向上, 位于景点  $A$  的北偏东  $30^\circ$  方向上, 景点  $B$  位于景点  $D$  的南偏西  $45^\circ$  方向上,

$$\begin{aligned} \therefore \angle CBE=60^\circ, \angle CAF=30^\circ, \\ \angle BDM=45^\circ, BM \perp DM, \\ BE \parallel AF \parallel DM, \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \therefore \angle BCM = \angle CBE = 60^\circ, \\ \angle ACM = \angle CAF = 30^\circ, \\ \therefore \angle ACB = \angle BCM - \angle ACM \\ = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \because \angle CBE=60^\circ, \\ \therefore \angle CBM=90^\circ - \angle CBE \\ = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ, \end{aligned}$$

由(1)得  $\angle ACB=30^\circ$ ,

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = 30^\circ,$$

又  $\because AB=800m$ ,

$$\therefore AB=AC=800m,$$

在  $Rt\triangle ACM$  中,  $\sin\angle ACM = \frac{AM}{AC}$ ,

$$\cos\angle ACM = \frac{CM}{AC},$$

$$\therefore AM = AC \cdot \sin\angle ACM$$

$$= 800 \times \sin 30^\circ = 800 \times \frac{1}{2}$$

$$= 400 (m),$$

$$CM = AC \cdot \cos\angle ACM$$

$$= 800 \times \cos 30^\circ = 800 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 400\sqrt{3} (m),$$

$$\therefore BM = BA + AM = 800 + 400 = 1200 (m),$$

$$\because \angle BDM=45^\circ, BM \perp DM,$$

$$\therefore DM = BM = 1200m,$$

$$\therefore DC = DM - CM$$

$$= 1200 - 400\sqrt{3} (m),$$

$\therefore$  景点  $C$  与景点  $D$  之间的距离为  $(1200 - 400\sqrt{3})m$ .

22. 解: (1) 令  $y=0$ , 则

$$k(x-a)(x-b)=0,$$

$$\text{解得: } x=a \text{ 或 } x=b,$$

$\therefore$  二次函数图象与  $x$  轴两个交点为

$$(a, 0), (b, 0),$$

设  $a > b$ , 由题意得:

$$\begin{cases} a-b=8 \\ a+b=6 \end{cases} \text{ 解得: } \begin{cases} a=7 \\ b=-1 \end{cases}$$

$\therefore$  二次函数图象与  $x$  轴两个交点为

$$(7, 0), (-1, 0);$$

(2) 二次函数

$$y=k(x-a)(x-b)$$

$$=k[x^2 - (a+b)x + ab],$$

$$\because a+b=6,$$

$$\therefore \text{二次函数 } y=k(x^2 - 6x + ab),$$

$$\therefore \text{对称轴为直线 } x=3,$$

$$\therefore \text{当 } 1 \leq x \leq 4 \text{ 时, 有 } 1 \leq y \leq 4,$$

① 当  $k > 0$  时, 下左图, 抛物线的顶点为  $(3, 1)$ ,

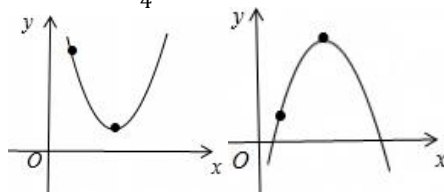
$$\therefore \text{抛物线的解析式为 } y=k(x-3)^2+1,$$

由函数的性质得:

$$\therefore \text{当 } x=1 \text{ 时, } y \text{ 最大值}=4,$$

$$\therefore 4=k(1-3)^2+1,$$

$$\text{解得: } k=\frac{3}{4};$$



② 当  $k < 0$  时, 上右图, 抛物线的顶点为  $(3, 4)$ ,

$$\therefore \text{抛物线为 } y=k(x-3)^2+4,$$

由二次函数的性质得:

$$\text{当 } x=1 \text{ 时, } y_{\text{最小}}=1,$$

$$\therefore 1=k(1-3)^2+4,$$

$$\text{解得: } k=-\frac{3}{4},$$

$$\therefore k=\frac{3}{4} \text{ 或 } k=-\frac{3}{4};$$

(3) 二次函数  $y=k(x^2 - 6x + ab)$  的对称轴为直线  $x=3$ ,

当  $k > 0$  时, 在对称轴的左侧  $y$  随  $x$  的增大而减小,

$$\therefore \text{当 } m \leq x_1 < x_2 \leq m+2 \text{ 时, 总有 } y_1 > y_2,$$

$$\therefore m+2 \leq 3,$$

解得:  $m \leq 1$ ;

当  $k < 0$  时, 在对称轴的右侧  $y$  随  $x$  的增大而减小,

$\therefore$  当  $m \leq x_1 < x_2 \leq m+2$  时, 总有  $y_1 > y_2$ ,

$\therefore m \geq 3$ .

综上: 当  $k > 0$  时,  $m \leq 1$ ; 当  $k < 0$  时,  $m \geq 3$ .

23. (1) 解: 相等, 垂直, 相等, 相似;

(2) 证明:

$\therefore FG \perp AC, \angle CDA = 90^\circ$ ,

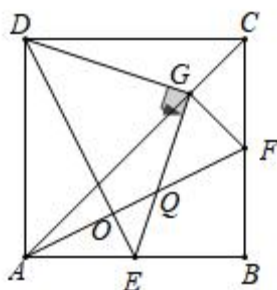
$\therefore \triangle CFG$  和  $\triangle CAD$  都是等腰直角三角形,

$\therefore \frac{CG}{CF} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{CD}{CA}$ ,

$\therefore$  四边形  $ABCD$  是正方形,

$\therefore \angle DCG = \angle ACF = 45^\circ$ ,

$\therefore \triangle CDG \sim \triangle CAF$ ;



(3) 方法一:

$\therefore \triangle CDG \sim \triangle CAF$ ;

$\therefore \frac{DG}{AF} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ,

而  $AF = DE$ ,

$\therefore \frac{DG}{DE} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ,

$\therefore \triangle CDG \sim \triangle CAF$ ;

$\therefore \angle CDG = \angle CAF$ ,

而  $\angle EDA = \angle FAB$ ,

$\therefore \angle CDG + \angle EDA$

$= \angle CAF + \angle FAB = 45^\circ$ ,

$\therefore \angle GDE = \angle CDA - (\angle CDG + \angle EDA)$

$= 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$ ,

$\therefore$  在  $\triangle DEG$  和  $\triangle CAD$  中,

$\frac{DG}{DE} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{CD}{CA}$ ,

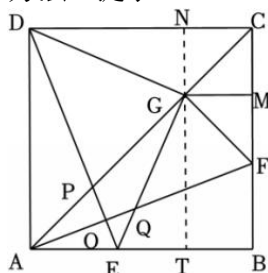
$\angle GDE = \angle DCA = 45^\circ$ ,

$\therefore \triangle DEG \sim \triangle CAD$ ,

而  $\triangle CAD$  是等腰直角三角形,

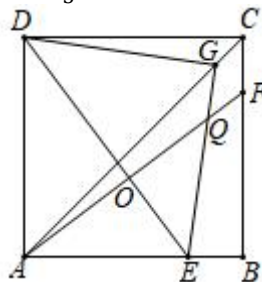
$\therefore \triangle GDE$  是等腰直角三角形,

方法二提示:



过点  $G$  作  $GM \perp BC$  于  $M$ , 过点  $G$  作  $NT \perp GM$  分别交  $AB$ 、 $CD$  于  $T$ 、 $N$ , 可证  $\text{Rt}\triangle DNG \cong \text{Rt}\triangle GTE$ ;

(4)  $QF = \frac{4}{5}$ .



方法较多.

选择较快的方法提示如下:

$\triangle AEO$ ,  $\triangle DEA$ ,  $\triangle AFB$  都是“345型直角三角形”,

可得  $AF = 5$ ,  $OE = \frac{9}{5}$ ,  $AO = \frac{12}{5}$ ,

易得  $\triangle EQO$  是等腰直角三角形,

于是  $OQ = OE = \frac{9}{5}$ ,

得  $QF = 5 - \frac{9}{5} - \frac{12}{5} = \frac{4}{5}$ .