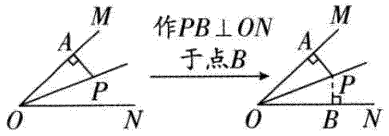
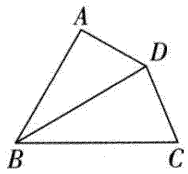
微专题四　角平分线的常见辅助线作法

类型一　遇角平分线上一点，向边作垂线

条件	如图，点 P 是 $\angle MON$ 的平分线上一点，$PA\perp OM$ 于点 A
示例	
结论	$PB=PA$，$Rt\triangle AOP\cong Rt\triangle BOP$

— 对点训练 —

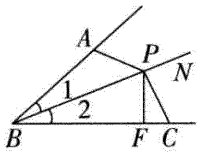
1. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle A=90°$，$AD=3$，$BC=5$，对角线 BD 平分 $\angle ABC$，求 $\triangle BCD$ 的面积.



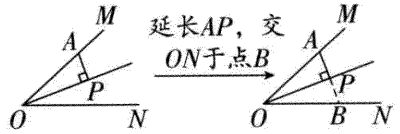
2. 如图，已知 $\angle 1=\angle 2$，P 为射线 BN 上一点，$PF\perp BC$ 于点 F，$PA=PC$.

(1)求证：$\angle PCB+\angle BAP=180°$；

(2)若 $BC=12$，$AB=6$，$PA=5$，求 BP 的长.

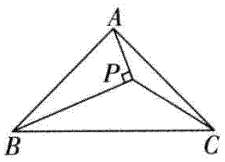


类型二　遇角平分线的垂线，联想“三线合一”

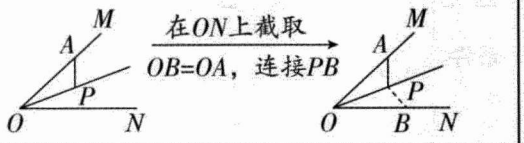
条件	如图，点 P 是 $\angle MON$ 的平分线上一点，$AP\perp OP$ 于点 P
示例	
结论	$Rt\triangle BOP\cong Rt\triangle AOP$，$\triangle AOB$ 是等腰三角形，OP 垂直平分 AB

— 对点训练 —

3. 如图，$\triangle ABC$ 的面积为 6，AP 垂直 $\angle ABC$ 的平分线 BP 于点 P，求 $\triangle PBC$ 的面积.

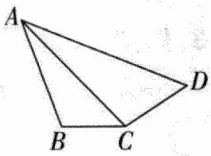


类型三 遇到角平分线作翻折，构造全等三角形

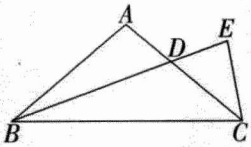
条件	如图，点 P 是 $\angle MON$ 的平分线上一点，点 A 是射线 OM 上任意一点
示例	
结论	$\triangle BOP \cong \triangle AOP$

— 对点训练 —

4. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，AC 平分 $\angle BAD$，$\angle D=\frac{1}{2}\angle B$，$AB=4$，$BC=2$，求 AD 的长.

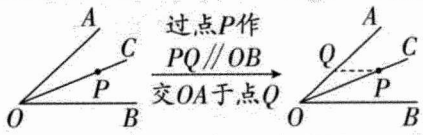


5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A=100°$，$\angle ABC=40°$，BD 平分 $\angle ABC$ 交 AC 于点 D，延长 BD 至点 E，使 $ED=AD$，连接 CE. 求证：$BC=AB+CE$.

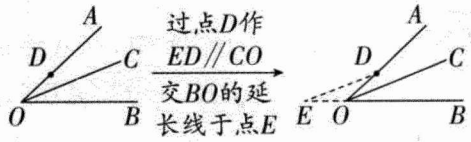


类型四 作平行线，构造等腰三角形

情形 1：

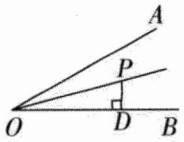
条件	如图，点 P 是 $\angle AOB$ 的平分线上一点
示例	
结论	$PQ=OQ$，$\triangle POQ$ 是等腰三角形

情形 2：

条件	如图，OC 是 $\angle AOB$ 的平分线，点 D 是 OA 上的一点
示例	
结论	$OE=OD$，$\triangle EOD$ 是等腰三角形

— 对点训练 —

6. 如图，已知 $\angle AOB=30°$，P 是 $\angle AOB$ 平分线上一点，$PD\perp OB$，垂足为点 D，且 $PD=4$，求 OD 的长.



7. 如图，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AB=5$，$BC=3$，$\angle ABC$ 的平分线 BD 交 AC 于点 D，求 BD 的长.

