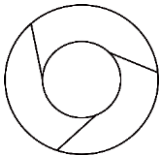
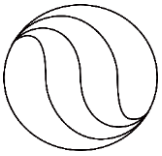
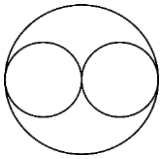
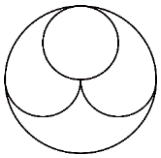
九年级选优数学模拟试题

一、选择题（本大题共 9 小题，每小题 3 分，共 27 分）

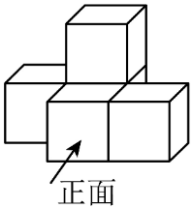
1. $-\frac{1}{3}$的绝对值为（　　）

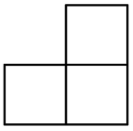
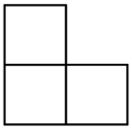
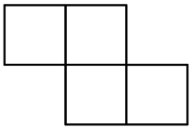
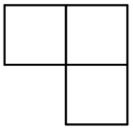
A. 3　　B. -3　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\pm\frac{1}{3}$

2. 下列图形中，是轴对称图形，但不是中心对称图形的是（　　）

A. 　B. 　C. 　D. 

3. 如图是由 5 个大小相同的小立方块搭成的几何体，其左视图是（　　）



A. 　B. 　C. 　D. 

4. 我国科研团队首次在三维晶体中发现并操控“一维带电畴壁”，为下一代超高密度存储与人工智能芯片奠定了科学基础．“一维带电畴壁”厚度约为 2.55 埃米，相当于 0.000000000255 米，将 0.000000000255 用科学记数法表示为（　　）

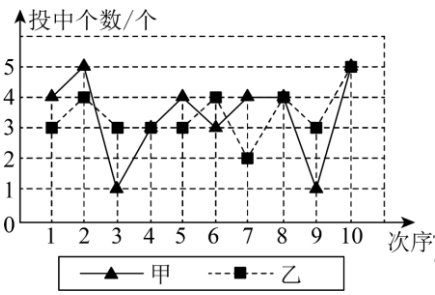
A. 0.255×10^{-9}　B. 2.55×10^{-9}　C. 2.55×10^{-10}　D. 25.5×10^{-11}

5. 下列计算正确的是（　　）

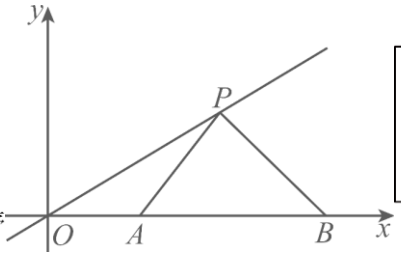
A. $\sqrt{4}=\pm2$　B. $\frac{\sqrt{10}}{2}=\sqrt{5}$　C. $3+\sqrt{3}=3\sqrt{3}$　D. $\sqrt{6}\times\sqrt{5}=\sqrt{30}$

6. 为提升学生体质健康水平，学校开展了丰富多彩的体育活动．甲、乙两名同学进行了定点投篮练习，每人每次定点投篮 5 个，最近 10 次练习的数据如图所示．甲、乙两名同学这 10 次练习投中个数的平均数分别记为$\overline{x}_{甲}$和$\overline{x}_{乙}$，方差分别记为$s_{甲}^2$和$s_{乙}^2$．下列结论正确的是（　　）

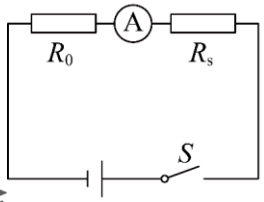
A. $s_{甲}^2>s_{乙}^2$　B. $s_{甲}^2<s_{乙}^2$　C. $\overline{x}_{甲}>\overline{x}_{乙}$　D. $\overline{x}_{甲}<\overline{x}_{乙}$



6

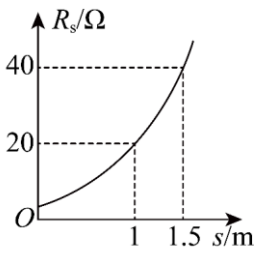


7



图①

9



图②

7. 如图，在平面直角坐标系xOy中，$A(3,0)$，$B(9,0)$是x轴上的两点，P是函数$y=\frac{\sqrt{3}}{3}x$图像上一动点，连接AP，BP．则AP^2+BP^2的最小值为（　　）

A. 30　B. 36　C. 42　D. 63

8. 张老师去书店购买图书，他先用108元买了一种史学书若干本，又用150元买了一种哲学书若干本．已知所买史学书的单价是哲学书单价的1.2倍，张老师所买史学书比哲学书少2本．设这种哲学书的单价为x元，根据题意可列分式方程为（　　）

A. $\frac{150}{x}-\frac{108}{1.2x}=2$　B. $\frac{150}{1.2x}-\frac{108}{x}=2$　C. $\frac{108}{x}-\frac{150}{1.2x}=2$　D. $\frac{108}{1.2x}-\frac{150}{x}=2$

9. 图①为汽车倒车雷达中的距离报警器简化电路图，电源电压恒为36V，R_0为定值电阻，R_S为距离传感器的核心部件，其阻值随传感器到障碍物的距离s（单位：m）变化的关系图象如图②所示．当传感器到障碍物的距离为1.5m时，报警器开始报警，此时电路中电流表的示数为0.4A．下列说法正确的有几个（　　）（温馨提示：电流表电阻忽略不计，在此串联电路中，电压$U=$（电阻R_0＋电阻R_S）×电流I）

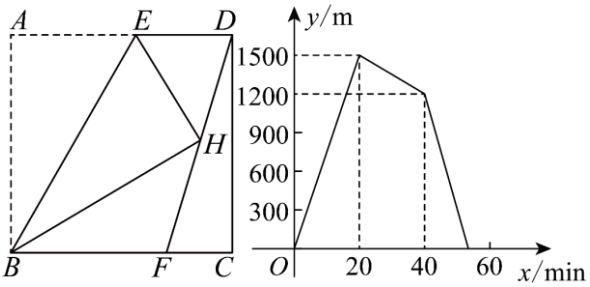
①电阻R_S的初始阻值为0Ω　②当R_S的阻值为30Ω时，报警器会报警

③传感器到障碍物的距离越近，R_S的阻值越大　④定值电阻R_0的阻值为50Ω

A. 0　B. 1　C. 2　D. 3

10. 如图，在正方形$ABCD$中，$AB=4$，E为AD边上一点，将$\triangle ABE$沿BE所在直线折叠得到$\triangle HBE$，DH的延长线交BC于点F，若$\angle DEH=60°$，则FC的长为（　　）.

A. $4-2\sqrt{3}$　B. 1　C. $8-4\sqrt{3}$　D. $2\sqrt{3}-2$



10　　14

二、填空题（本大题共6小题，每小题3分，共18分）

11. 计算：$(-2a^3b)^2=$_____.　12. 式子$\frac{\sqrt{2x^2+1}}{x-1}$有意义的$x$的取值范围是_____，

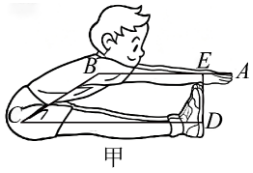
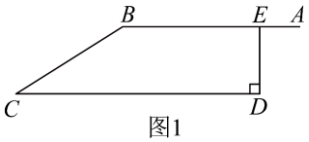
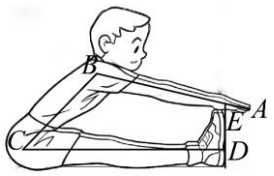
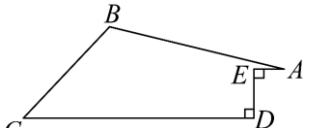
13.若关于x的一元二次方程（a+1）x^2+x - a^2+1＝0有一个根为0，则a的值等于_____.

14. 某学校组织七、八年级的学生“徒步母亲河—黄河”活动，两个年级匀速步行前进，七年级比八年级早出发20 min，七年级经过40 min抵达目的地．两个年级之间的距离y（单位：m）和七年级出发后的时间x（单位：min）之间的关系如图所示．则八年级从出发到抵达目的地所用的时间是_____min.

15. 我们约定：在平面直角坐标系中，点$P(a,b)$的“伴点”是点$Q(-b,a)$（其中a，b不同时为0）．例如，点$(3,2)$的“伴点”是点$(-2,3)$．下列结论：①点$(-5,1)$的“伴点”是点$(-1,-5)$；②存在点$P(a,b)$，使点P与它的“伴点”均在反比例函数$y=\frac{6}{x}$的图象上；③存在点$P(a,b)$，使点P与它的“伴点”均在一次函数$y=3x+2$的图象上；④有且只有一个点$P(a,b)$，使点P与它的“伴点”均在二次函数$y=2x^2-3$的图象上．正确的是_____（填写序号）．

三、解答题 16. 解不等式组、计算（1）解不等式组：$\begin{cases}3(x+2)\geq 2x+5,\\ \frac{x-1}{3}<\frac{x}{4};\end{cases}$（2）计算：$1+\frac{m+2}{m}\div\frac{m^2-4}{m^2+2m}$．

17. 小明学习了直角三角形的边角关系一章后，发现体质健康测试中坐位体前屈项目的成绩可以利用所学的知识进行估算．估算前，需要借助AI工具测量三条线段（手臂、上半身、腿近似看成线段）的长度以及两个角（手臂与上半身、上半身与腿的夹角）的度数．小明帮甲、乙两位同学测量相关数据，并绘制成如下表格，请根据下表提供的信息完成相关任务．

动作图片	任务和示意图	相关条件
甲	（1）计算甲同学的成绩（线段AE的长度）图1	$AB=58\text{cm}$，$BC=40\text{cm}$，$CD=78\text{cm}$，$\angle ABC=150°$，$\angle BCD=30°$，$ED\perp CD$
乙	（2）计算乙同学的成绩（线段AE的长度）图2	$AB=61\text{cm}$，$BC=41\text{cm}$，$CD=78.5\text{cm}$，$\angle ABC=122°$，$\angle BCD=45°$，$ED\perp CD$，$AE\perp ED$

（结果精确到0.01cm，参考数据：$\sin 77°\approx 0.974$，$\cos 77°\approx 0.225$，$\tan 77°\approx 4.331$；$\sqrt{2}\approx 1.414$，$\sqrt{3}\approx 1.732$）（1）计算甲同学的成绩（2）计算乙同学的成绩

18. 为了解学生在阅览室的阅读情况，某校随机抽取了部分学生，并对他们在阅览室的一周阅览时长进行了收集、整理和描述．所抽取学生在阅览室的一周阅览时长t（单位：小时）均不高于4小时．

【收集数据】

所抽取学生在阅览室的一周阅览时长如下：

$0.6,0.8,0.9,1.0,1.2,1.2,1.3,1.4,1.4,1.4$，

$1.6,1.6,2.1,2.2,2.2,2.3,2.3,2.4,2.4,2.5$，

$2.6,2.6,2.6,2.6,2.6,2.7,2.7,2.8,2.8,2.8$，

$3.0,3.1,3.2,3.3,3.3,3.5,3.7,3.7,3.8,3.8$．

【整理数据】

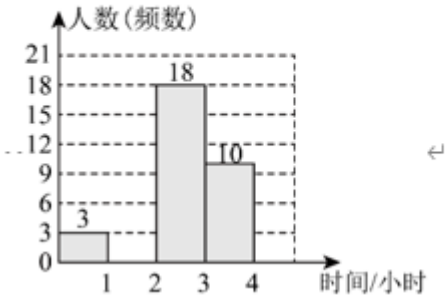
所抽取学生在阅览室的一周阅览时长的不完整统计表如下：

分组	A组（$0\le t<1$）	B组（$1\le t<2$）	C组（$2\le t<3$）	D组（$3\le t\le 4$）
人数	3	a	18	10

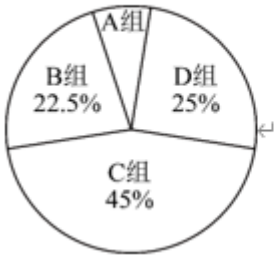
【描述数据】

所抽取学生在阅览室的一周阅览时长的不完整统计图如下：

所抽取学生在阅览室的一周阅览时长的频数直方图



所抽取学生在阅览室的一周阅览时长的扇形统计图



根据以上信息，解决下列问题：

（1）补全频数直方图；

（2）所抽取学生在阅览室的一周阅览时长的众数为_____小时；所抽取学生在阅览室的一周阅览时长的中位数为_____小时；

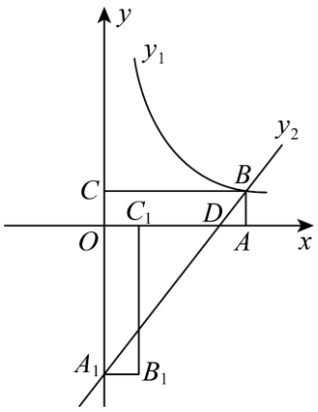
（3）扇形统计图中，A组所对应的扇形圆心角度数为_____°；

（4）该校共有600名学生，请估计该校在阅览室的一周阅览时长不低于2小时的学生人数．

19. 如图，在平面直角坐标系中，四边形$OABC$是矩形，A，C分别在x轴，y轴上，B在反比例函数$y_1=\frac{k}{x}(x>0)$的图象上，将矩形$OABC$绕原点O按顺时针方向旋转$90°$，得到矩形$OA_1B_1C_1$，$CA_1=5$，$C_1A=3$，直线$y_2=ax+b$经过点A_1，B.

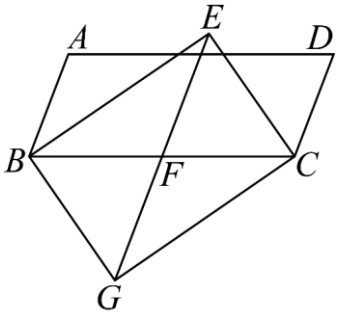
（1）求点B的坐标；（2）求直线A_1B与x轴的交点D的坐标；

（3）根据图象，直接写出当$0<y_2<y_1$时x的取值范围.

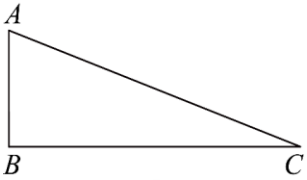


20. 已知：如图，四边形$ABCD$是平行四边形，BE平分$\angle ABC$，CE平分$\angle DCB$，F是BC的中点，过点B作EC的平行线，交EF的延长线于点G.

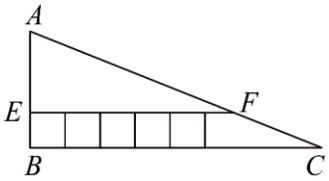
（1）求证：$\triangle BFG\cong\triangle CFE$；（2）若$\angle A=90°$，请判断四边形$BGCE$的形状，并证明你的结论.



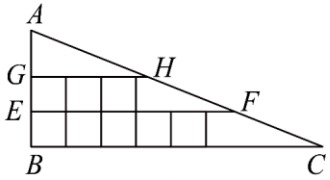
21. 根据以下探究完成相关题目：



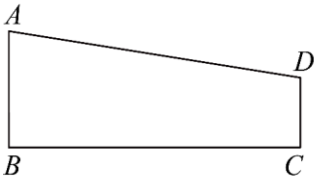
（图①）



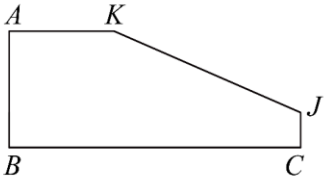
（图②）



（图③）



（图④）



（图⑤）

（1）探究一：如图①，在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\angle B=90°$，$AB=4$，$BC=10$．在该三角形内部排列边长为1.2的小正方形（小正方形完全在三角形内部，互不重叠，且一边与BC平行），最多能排列多少个小正方形？我们不妨这样思考：

如图②，排列第一层时，因为$EB=1.2$，所以$AE=4-1.2=2.8$，易得$\triangle AEF\backsim\triangle ABC$，所以$\dfrac{EF}{BC}=\dfrac{AE}{AB}$，解得$EF=7$．因为$7\div1.2=5\dfrac{5}{6}$，所以第一层最多排列$5$个；

如图③，排列第二层时，因为$GB=2.4$，所以$AG=4-2.4=1.6$，易得$\triangle AGH\backsim\triangle ABC$，所以$\dfrac{GH}{BC}=\dfrac{AG}{AB}$，解得$GH=4$．因为$4\div1.2=3\dfrac{1}{3}$，所以第二层最多排列$3$个；按上述思路，可求得在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$内部能排列的小正方形个数最多为_____个；

（2）探究二：如图④，在梯形$ABCD$中，$AB\parallel CD$，$\angle B=90°$，$AB=4$，$BC=10$，$CD=2.4$．在该梯形内部排列边长为1.2的小正方形（小正方形完全在梯形内部，互不重叠，且一边与BC平行）．在梯形$ABCD$内部能排列的小正方形个数最多为_____个；

（3）探究三：如图⑤，在五边形$ABCJK$中，$AB\parallel CJ$，$AK\parallel BC$，$\angle B=90°$，$AB=4$，$BC=10$，$CJ=1.2$，$AK=3.6$，在该五边形内部排列边长为1.2的小正方形（小正方形完全在五边形内部，互不重叠，且一边与BC平行）．在五边形$ABCJK$内部能排列的小正方形个数最多为_____个．

22. 某乡镇企业积极响应国家乡村全面振兴号召，依托本地特色资源，计划投资生产某种产品．投产第一年企业需要至少生产 13 万件产品，受产能限制，产量不超过 24 万件，并且生产的产品能全部售出．经调研，投产第一年该产品的总成本y（万元）与产量x（万件）之间近似满足二次函数关系$y=-x^2+bx+c\left(13\le x\le 24\right)$，部分数据见下表：

产量x（万件）	…	15	18	20	…
总成本y（万元）	…	285	336	360	…

（总利润=总销售额－总成本）

（1）求投产第一年该产品的总成本y与产量x之间的函数关系式；

（2）投产第一年，如果该产品每件售价为 20 元，生产该产品多少万件时，总利润最大？最大总利润是多少？

（3）投产第一年，如果该产品每件售价为m元时，总利润会随着产量x的增大而增大，则m的最小值是多少？

23. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知二次函数 $y=a(x-1)^2-4(a\neq 0)$.

（1）求二次函数与 y 轴的交点坐标（用含有 a 的代数式表示）；

（2）当 $0\leq x\leq 1.5$ 时，y 的最大值为 -3，请求出 a 的值；

（3）在（2）的条件下，若点 $P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$ 是二次函数图像上的两点，当 $t\leq x_1\leq t+1$，$x_2\geq 3$ 时，均满足 $y_1\leq y_2$，请结合函数图像，直接写出 t 的取值范围.