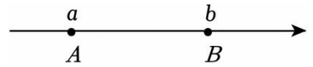
禹村中学数学竞赛选拔练习试卷——1

一．选择题（本题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

1．有理数 a，b 在一条隐藏原点的数轴上的对应点 A，B 的位置如图所示，且 $a+b>0$，下列推断正确的是（　　）



A．原点一定在点 A 左侧　　B．原点一定在点 A 右侧

C．原点一定在 AB 中点左侧　　D．原点一定在 AB 中点右侧

2．未来将是一个可以预见的 AI 时代．下列是世界著名人工智能品牌公司的图标，其中是轴对称图形也是中心对称图形的是（　　）

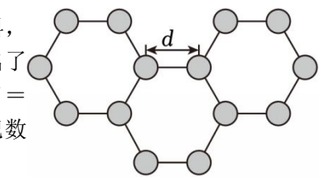
A. 　B. 　C. 　D. 

3．王林周末跟随学校“溯古社”社团到河南博物院参观，他发现一件镇院之宝从正面看和从左面看是一样的．王林看到的镇院之宝是（　　）



A　　B　　C　　D

4．石墨烯材料可能会成为制造芯片的关键材料，如图是二维石墨烯的晶格结构，图中标注出了石墨烯每两个相邻碳原子间的键长 $d=0.0000000142cm$，将 0.0000000142 用科学记数法表示为（　　）

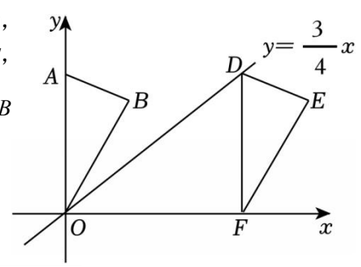


A．1.42×10^{-6}　　B．1.42×10^{-7}　　C．1.42×10^{-8}　　D．1.42×10^{-9}

5．下列运算正确的是（　　）

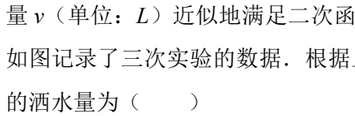
A．$(a^2)^3=a^6$　　B．$3a-2a=1$　　C．$(ab^2)^2=ab^4$　　D．$a^6\div a^3=a^2$

6．在平面直角坐标系中，点 A 的坐标为（0，3），$\triangle ABO$ 沿 x 轴向右平移后得到 $\triangle DEF$，点 A 的对应点在直线 $y=\frac{3}{4}x$ 上，则点 B 与其对应点 E 间的距离为（　　）



A．$\frac{9}{4}$　　B．3　　C．4　　D．5

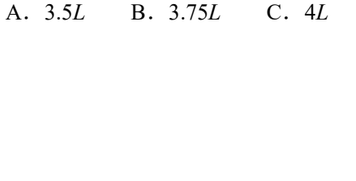
7．在《九章算术》中，二元一次方程组是由算筹布置而成的，图①的算筹图表示的方程组是 $\begin{cases}3x+2y=19\\x+4y=23\end{cases}$，图②的算筹图中有一个图形被墨水覆盖了．若图②表示的方程组中 x 的值为 3，则被墨水所覆盖的图形为（　　）



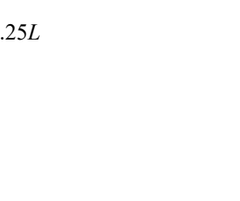
A．|　　B．‖　　C．|||　　D．||||

8．如图，在▱$ABCD$ 中，$AB=6$，$AD=9$，$\angle BAD$ 的平分线交 BC 于点 E，交 DC 的延长线于点 F，$BG\perp AE$，垂足为 G，$BG=4$．则△CEF 的面积为（　　）

A．10　　B．$2\sqrt{5}$　　C．9.5　　D．11



8 题图

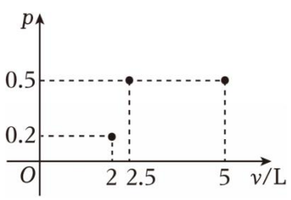


9 题图

9．如图，大、小两个正方形的中心均与平面直角坐标系的原点 O 重合，边分别与坐标轴平行，反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象与大正方形的一边交于第一象限的点 A（1，n），且经过小正方形的顶点 B，则阴影部分的面积是（　　）

A．$4n^2-n$　　B．$4(n^2-n)$　　C．n^2-n　　D．$4n^2$

10．老师带领学生进行“校园农业项目式学习”，实施无土栽培．通过观察，同学们发现：洒水少了，发芽率 p 低，洒水多了要烂根，也会影响发芽率 p．通过实验与分析，同学们进一步发现：在温度一定的条件下，发芽率 p 与洒水量 v（单位：L）近似地满足二次函数关系 $p=av^2+bv+c$（a，b，c 为常数），如图记录了三次实验的数据．根据上述函数模型和实验数据，可以得知最佳的洒水量为（　　）



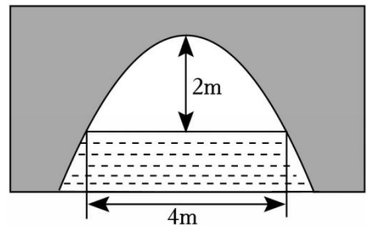
A．3.5L　　B．3.75L　　C．4L　　D．4.25L

二．填空题（本题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分）

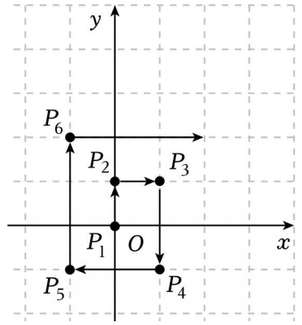
11．若分式 $\frac{x^2-4}{x+2}$ 有意义，则 x 满足 _____．

12．关于 x 的方程 $(k-2)x^2-\sqrt{3-k}x+\frac{1}{4}=0$ 有实数根，则 k 的取值可以是下列数值的那几个①1，②2，③3，④4，⑤0（只填序号）：_____．

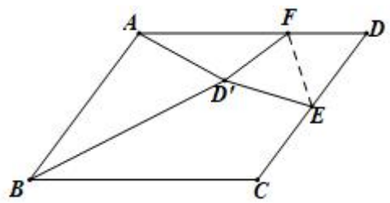
13．如图是抛物线型拱桥，当拱顶离水面 2m 时，水面宽 4m．水面下降 2.5m，水面宽度增加 _____ m．



14．如图，在平面直角坐标系中，点 P_1，P_2，P_3，…均在边长均为 1 个单位长度网格格点上，其顺序按图中“→”方向排列，P_1（0，0），P_2（0，1），P_3（1，1），P_4（1，－1），P_5（－1，－1），P_6（－1，2），…，根据这个规律，点 P_{2027} 的坐标为 _____．



14 题图



15 题图

15．如图，在▱$ABCD$ 中，$\angle ABC<90°$，$AB=8$，$BC=10$，$S_{\square ABCD}=64$；E 为边 CD 的中点，F 为边 AD 上的一动点，将△DEF 沿 EF 翻折得△$D'EF$，连接 AD'，BD'，则△ABD' 面积的最小值为 _____．

三．解答题（本题共 8 小题，共 90 分，10+10+10+10+11+12+13+14）

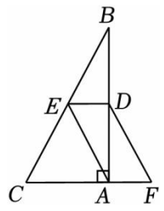
16．（1）计算：$(-1)^{2027}+|\sqrt{3}-2|+tan60°+(\frac{1}{2})^{-2}$；

（2）先化简，再求值：$\frac{8}{x^2-4x+4}\div(\frac{x^2}{x-2}-x-2)$，其中$|x|=2$．

17．如图，在△ABC 中，$\angle BAC=90°$，点 D，E 分别为边 AB，BC 的中点，点 F 在 CA 延长线上，且$\angle F=\angle C$．

（1）求证：$AF=DE$；

（2）若 $AC=5cm$，$AB=12cm$，求四边形 $AEDF$ 的周长．



18．央视春晚中；宇树科技的机器人《武 *BOT*》展示了单腿连续后空翻、托马斯全旋等高难度动作；是本届春晚科技与文化融合的巅峰之作．随着人工智能与物联网等技术的快速发展，人形机器人的应用场景不断拓展，某快递企业为提高工作效率，拟购买 A、B 两种型号智能机器人进行快递分拣．若买 1 台 A 型机器人、3 台 B 型机器人，共需 260 万元；若买 3 台 A 型机器人、2 台 B 型机器人，共需 360 万元．

（1）求 A、B 两种型号智能机器人的单价．

（2）该企业现计划采购 A 型和 B 型机器人共 15 台，且 B 型机器人数量不超过 A 型机器人数量的 4 倍；当购买 A 型机器人多少台时采购总费用最少？最少采购总费用是多少？



19．为监测校园水质安全，某校环保小组对校内 A、B 两个景观水池的水质浊度（单位：*NTU*）进行检测，对一天（24 小时）内每小时的浊度值整理、描述并分析如下：

【收集数据】

A 水池浊度值：1.2，1.3，1.5，1.5，1.5，1.7，1.8，2.1，2.1，2.1，2.1，2.3，2.3，2.4，2.5，2.7，2.7，2.8，2.9，3.1，3.1，3.2，3.3，3.3；

B 水池浊度值：1.1，1.2，1.4，1.6，1.8，2.0，2.1，2.2，2.2，2.3，2.3，2.3，2.4，2.5，2.6，2.8，2.9，3.0，3.0，3.1，3.2，3.3，3.4，3.4．

【整理数据】

分组（*NTU*）	$1.0\leqslant x<1.5$	$1.5\leqslant x<2.0$	$2.0\leqslant x<2.5$	$2.5\leqslant x<3.0$	$3.0\leqslant x<3.5$
A 水池	2	5	7	5	5
B 水池	3	2	a	4	7

【分析数据】

水池	平均数	众数	中位数	方差
A	2.3	b	2.3	0.42
B	2.4	2.3	C	0.44

根据以上信息，解决下列问题：

（1）表格中 $a=$_____ ．

（2）填空：$b=$_____ ，$c=$_____ ．

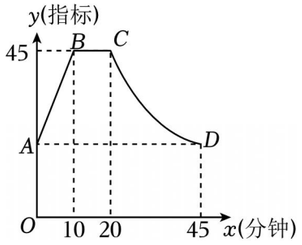
（3）请判断 A、B 哪个水池的浊度更稳定，并说明理由．

（4）校园景观水池浊度日波动范围（最大值 - 最小值）要求为 1.5 - 2.5，请分别判断 A、B 两水池当日浊度是否符合要求，并说明理由．

20．通过实验研究发现：初中生在数学课上听课注意力指标随上课时间的变化而变化，上课开始时，学生兴趣激增，中间一段时间，学生的兴趣保持平稳状态，随后开始分散，学生注意力指标 y 随时间 x 分钟变化的函数图象如图所示，当 $0\leqslant x<10$ 和 $10\leqslant x<20$ 时，图象是线段：当 $20\leqslant x\leqslant 45$ 时，图象是反比例函数图象的一部分．

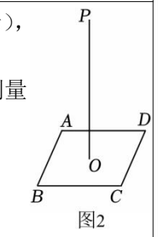
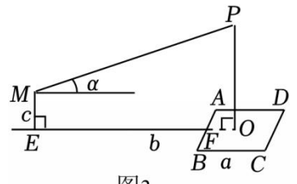
（1）求图中点 A 的坐标；

（2）王老师在一节数学课上讲解一道数学综合题需要 16 分钟，他能否经过适当的安排，使学生在听这道综合题讲解时，注意力指标都不低于 36？请说明理由．



21．综合与实践

一天，某校九年级数学兴趣小组开展了项目式主题学习，具体如下：

项目名称	测量底部无法到达的物体高度
问题情境	某校园内有一座孔子雕像（如图 1 所示），雕像底座的底面是一个正方形．九年级数学兴趣小组利用所学知识，测量这座雕像的高度（含底座的高度）．  图 1  图2
数学建模	如上右图 2，设雕像底座的底面是正方形 $ABCD$，它的中心为 O，雕像的顶端为点 P，过点 P 作底座底面（正方形 $ABCD$）的垂线恰好经过它的中心 O，则线段 PO 的长即为这座雕像的高度．
测量工具	足够长的卷尺　测角仪
测量步骤	该校九年级数学兴趣小组提供了下面的测量方法，并绘制了如图 3 所示的测量示意图． 第一步，数学兴趣小组用卷尺测得雕像底座底面（正方形 $ABCD$）的边长为 a 米； 第二步，数学兴趣小组用卷尺在雕像底座底面所在平面上取一适当的点 E，使 $EA=EB$，此时用卷尺得点 E 到雕像底座底面（正方形 $ABCD$）边 AB 的距离（EF 的长）为 b 米； 第三步，某同学继续站在 E 处（ME 表示测角仪到底座底面所在平面的距离）用测角仪测得此时雕像顶端 P 的仰角为α； 第四步，用卷尺测得 $EM=c$ 米．  图3
计算结果	根据上面的测量方法，若 $a=10$，$b=12$，$c=1.85$，$\angle\alpha=18°$，求 PO 的长（精确到 0.01）． 参考数据：$\sin 18°\approx 0.309$，$\cos 18°\approx 0.951$，$\tan 18°\approx 0.325$．

22．在平面直角坐标系 xOy 中，已知二次函数 $y=ax^2-6ax+3$（$a\neq0$），记该二次函数图象的对称轴为直线 $x=m$．

（1）求 m 的值，并写出当 $a>0$ 时，y 随 x 增大而增大的 x 的取值范围；

（2）将该二次函数的图象向右平移 2 个单位长度，得到新的二次函数的图象．若新抛物线在 $1\leqslant x\leqslant6$ 上的最小值为 -4，求新抛物线的解析式；

（3）设抛物线 $y=ax^2-6ax+3$（$a\neq0$）与 x 轴的两个交点横坐标为 x_1，x_2，且整数 a 满足 $2<|x_1-x_2|<4\sqrt{2}$，求所有满足条件的 a 的值．

23．【基本情境】已知四边形 $ABCD$ 是平行四边形，$\angle BAD=\alpha°$，点 E 是射线 CB 上一动点，连接 AE，将线段 AE 绕点 A 逆时针旋转 $\alpha°$ 至 AF．

【初步理解】

（1）已知 $\alpha=90$，点 E 在点 B 的左侧，

①如图 1，若 $AD=AB$，连接 DF，求证：$\triangle ABE\cong\triangle ADF$；

②如图 2，已知 $AB=4$，$BE=1$，直线 EF 交线段 AB 于点 G，且恰好经过点 D，求 AD 的长度；

【探索研究】

（2）如图 3，已知 $\alpha=60$，$AD=AB=6$，在点 E 运动过程中，直线 EF 交直线 AB 于点 G，当 $BG=1.5$ 时，请直接写出 CE 的长度．

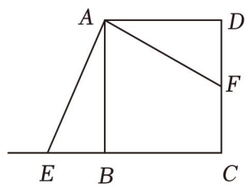


图1

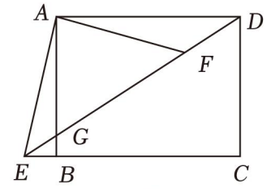


图2

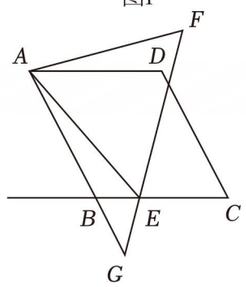
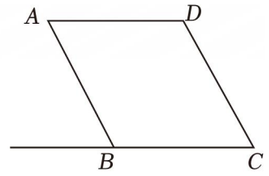


图3



备用图

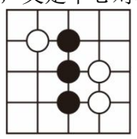
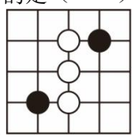
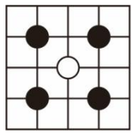
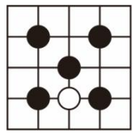
禹村中学竞赛选拔练习试卷——2

一．选择题（本题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

1．乒乓球国际比赛用球直径为 40*mm*．质检员检测 4 个乒乓球的直径，并做了如下记录，超过标准的毫米数记为正数，不足标准的毫米数记为负数．则直径最接近标准的是（　　）

A．﹣0.3　　B．﹣0.1　　C．+0.14　　D．+0.2

2．围棋是中华民族发明的博弈活动．下列用棋子摆放的图形中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（　　）

A. 　B. 　C. 　D. 

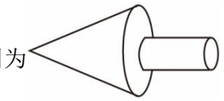
3．火星具有和地球相近的环境，与地球最近时候的距离约 55000000*km*，将数字 55000000 用科学记数法表示为（　　）

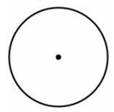
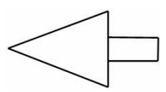
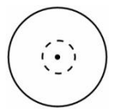
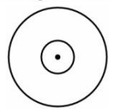
A．550×10^5　　B．55×10^6　　C．5.5×10^7　　D．0.55×10^8

4．下列运算中正确的是（　　）

A．$3a-2a=1$　　B．$a\cdot a^2=3a^3$　　C．$(ab^2)^3=a^3b^3$　　D．$a^2\div a^3=a^{-1}$

5．如图为一个乐高积木示意图，这个几何体的左视图为（　　）



A. 　B. 　C. 　D. 

6．计算$\frac{x}{x^2-4}+\frac{2}{4-x^2}$的结果等于（　　）

A．$\frac{1}{x-2}$　　B．$\frac{1}{x+2}$　　C．$x+2$　　D．1

7．一次数学测试，甲、乙两班同学的成绩统计并分析如图所示，则下列说法正确的是（　　）

	参加人数	平均数	中位数	方差
甲	50	85	83	5.1
乙	50	85	85	4.6

A．甲班的成绩比乙班的成绩稳定　　B．小明得 84 分将排在甲班的前 25 名

C．甲，乙两班竞赛成绩的众数相同　　D．甲班的整体成绩比乙班好

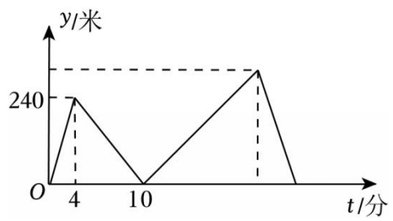
8．甲、乙两人在笔直的湖边公路上同起点、同终点、同方向匀速跑步 3000 米，先到终点的人原地休息．已知甲先出发 4 分钟，在整个步行过程中，甲、乙两人的距离 y（米）与甲出发的时间 t（分）之间的关系如图所示，下列说法错误的是（　　）

A．乙用 6 分钟追上甲

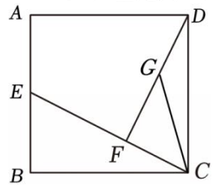
B．乙的速度为 100 米/分

C．乙追上甲后，再走 2400 米才到达终点

D．甲到终点时，乙已经在终点处休息了 12 分钟

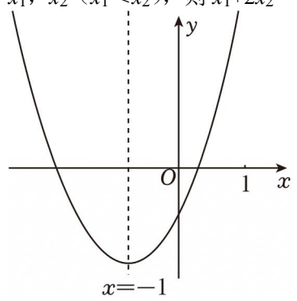


9．如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 $2\sqrt{5}$，E 为边 AB 的中点，连接 CE，过点 D 作 $DF\perp CE$，垂足为 F，G 为 DF 上一点，且 $DG=CF$，则 CG 的长为（　　）



A．$\sqrt{5}$　　B．$2\sqrt{2}$　　C．3　　D．$\sqrt{10}$

10．已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）图象的对称轴为直线 $x=-1$，部分图象如图所示，下列结论中：①$a=\frac{1}{2}b$；②$5a+c>0$；③若 t 为任意实数，则有 $a-bt\leqslant at^2+b$；④点（1，2）在抛物线上时，方程 $ax^2+bx+c-2=0$ 的两根为 x_1，x_2（$x_1<x_2$），则 $x_1+2x_2=-1$．其中正确的结论的个数为（　　）

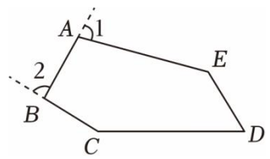


A．1　　B．2　　C．3　　D．4

二．填空题（本题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分）

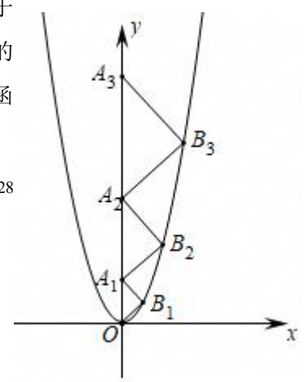
11．若单项式 x^2y^{m-1} 与 x^2y 的差仍是单项式，则 m 的值为 _____．

12．完美五边形是指可以无重叠、无间隙铺满整个平面的凸五边形．如图，五边形 $ABCDE$ 是迄今为止人类发现的第 15 种完美五边形，其中 $\angle1+\angle2=160°$，则 $\angle C+\angle D+\angle E=$_____．

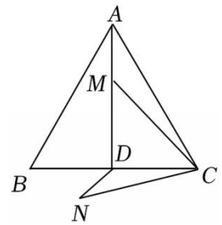


13．已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+\frac{1}{4}x+m=0$ 有两个实数根，其中一个根是另一个根的平方，则 $m=$_____．

14．二次函数 $y=x^2$ 的图象如图所示，点 A_0 位于坐标原点，点 A_1，A_2，A_3，…，A_{2028} 在 y 轴的正半轴上，点 B_1，B_2，B_3，…，B_{2028} 在二次函数 $y=x^2$ 位于第一象限的图象上，$\triangle A_0B_1A_1$，$\triangle A_1B_2A_2$，$\triangle A_2B_3A_3$，…，$\triangle A_{2027}B_{2028}A_{2028}$ 都是直角顶点在抛物线上的等腰直角三角形，则 $\triangle A_{2027}B_{2028}A_{2028}$ 的斜边长为 _____．



15．如图，$\triangle ABC$ 为等边三角形，$AB=2$，D 为 BC 中点，M 为 AD 上的动点，连接 CM，将线段 CM 绕点 C 逆时针方向旋转 60° 得到 CN，连接 ND，则 $ND+CN$ 的最小值为 _____．



三．解答题（本题共 8 小题，共 90 分，10+10+10+10+11+12+13+14）

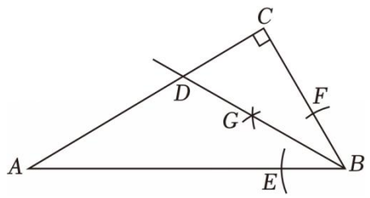
16．（1）计算：$|\sqrt{3}-1|-(\frac{1}{2})^{-2}-2sin60°$；

（2）解不等式组：$\begin{cases}a+3(a-1)>2\\2a-1\leq3\end{cases}$．

17．如图，在△ABC中，$\angle C=90°$，$\angle ABC=60°$，以点B为圆心、任意长为半径画圆弧分别交边AB，BC于点E，F，再分别以点E，F为圆心，以大于$\frac{1}{2}EF$的长为半径画圆弧，两弧相交于点G，连接BG并延长交AC于点D．

（1）求证：BD平分$\angle ABC$；

（2）若$CD=1$，求△ABD的面积．



18．随着“体重管理年”三年行动的实施，全民体重管理意识和技能逐步提升．某健身中心要采购甲、乙两种型号的健身器材以满足群众的健身需求．据了解，甲型健身器材的单价比乙型健身器材的单价便宜300元，用50000元购买甲型健身器材的数量和用56000元购买乙型健身器材的数量相同．

（1）求甲、乙两种型号健身器材的单价各是多少元．

（2）该健身中心计划购买甲、乙两种型号的健身器材共20台，且甲型健身器材的购买数量不超过乙型健身器材的购买数量，则购买多少台甲型健身器材时费用最低？最低费用是多少元？

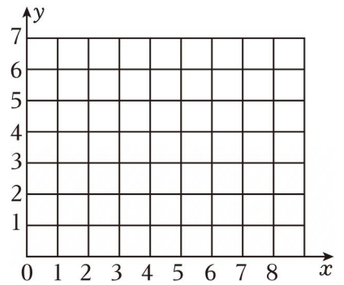
19．【背景】在一次物理实验中，小冉同学用一固定电压为12V的蓄电池，通过调节滑动变阻器来改变电流大小，完成控制灯泡L（灯丝的阻值$R_L=2\Omega$）亮度的实验（如图），已知串联电路中，电流与电阻R、R_L之间关系为$I=\frac{U}{R+R_L}$，通过实验得出如下数据：

R/Ω	…	1	a	3	4	6	…
I/A	…	4	3	2.4	2	b	…

（1）$a=$_____，$b=$_____；

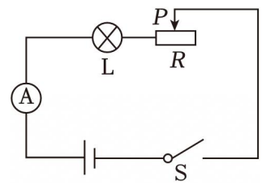
（2）【探究】根据以上实验，构建出函数$y=\frac{12}{x+2}$（$x\geqslant 0$），结合表格信息，探究函数$y=\frac{12}{x+2}$（$x\geqslant 0$）的图象与性质．

①在平面直角坐标系中画出对应函数$y=\frac{12}{x+2}$（$x\geqslant 0$）的图象；



②随着自变量x的不断增大，函数值y的变化趋势是_____．

（3）【拓展】结合（2）中函数图象分析，当$x\geqslant 0$时，$\frac{12}{x+2}\geqslant -\frac{3}{2}x+6$的解集为_____．



20．为了进一步增强广大学生预防溺水安全教育的意识，让学生真正知危险、会避险，某校举行了防溺水安全知识竞赛，并随机抽取甲、乙两班学生（人数相同）的竞赛成绩（满分 100 分）进行整理，描述分析，下面给出部分信息：甲班成绩的频数分布直方图和扇形统计图如图所示（数据分为 6 组：A：$40\leqslant x<50$，B：$50\leqslant x<60$，C：$60\leqslant x<70$，D：$70\leqslant x<80$，E：$80\leqslant x<90$，F：$90\leqslant x\leqslant 100$），其中 90 分以及 90 分以上的人为优秀；甲班的成绩在 $70\leqslant x<80$ 这一组的是：71，72，72，73，74，75，75，77，77，78，78，78，79．甲、乙两班成绩的平均数、中位数和优秀人数如表：

	平均数	中位数	优秀人数
甲班成绩	76	m	3
乙班成绩	76	72	5

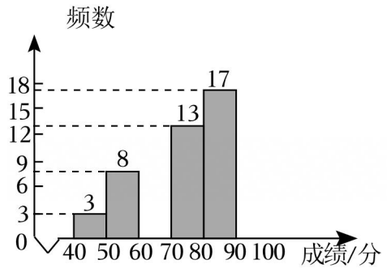
根据以上信息，回答下列问题：

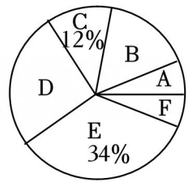
（1）统计图中 $50\leqslant x<60$ 组对应扇形的圆心角是 _____ 度；

（2）请补全条形统计图；

（3）表中 m 的值是 _____ ；甲班的成绩在 $70\leqslant x<80$ 这一组的众数是 _____ ；

（4）如果该校九年级学生有 1200 名，估计九年级学生成绩优秀的有多少人？



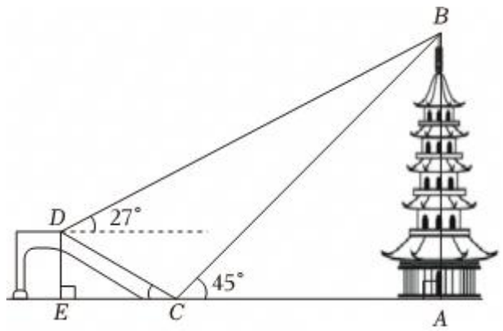


21．综合与实践活动中，要利用测角仪测量塔的高度，如图，塔 AB 前有一座高为 DE 的观景台，已知 $CD=8m$，CD 的坡度为 $i=1:\sqrt{3}$，点 E，C，A 在同一条水平直线上．某学习小组在观景台 C 处测得塔顶部 B 的仰角为 45°，在观景台 D 处测得塔顶部 B 的仰角为 27°．

（1）求 DE 的长；

（2）求塔 AB 的高度．（结果精确到 $1m$）

（参考数据：$\tan 27°\approx 0.5$，$\sqrt{3}\approx 1.7$）



22．综合与实践

问题情境：

某篮球队为提高球员的投篮技术，运用科学手段追踪记录球员的每次投篮，发现在理想状态下，球员所投出去篮球的运动路线可看作抛物线：

测量数据：

篮球从距地面 $2m$ 的球员手中投出，并落在水平地面上，其运动路线的最高点距地面 $3.8m$，最高点与篮球出手点的水平距离为 $3m$．

数学建模：

如图，将篮球的运动路线抽象为抛物线，其顶点为 E，对称轴为直线 l，篮球出手点为 A，落地点为 C．以水平地面为 x 轴，过点 A 且与水平地面垂直的直线为 y 轴，建立平面直角坐标系，O 为原点．

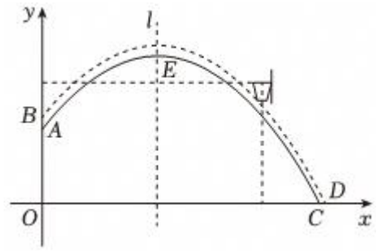
（1）请直接写出顶点 E 的坐标，并求该抛物线的函数表达式；

问题解决：

已知投出去篮球的运动路线形状保持不变，即抛物线的形状不变．

（2）如图，若球员原地垂直起跳 $0.25m$ 投篮，篮球出手点记为 B，即 $AB=0.25m$，篮球落地点为 D，求起跳点 O 与落地点 D 的水平距离 OD 的长；

（3）已知在距点 O 水平距离 $5.8m$，垂直高度 $3.082m$ 处是篮筐．若该球员向篮筐方向沿直线 OC 运球一定距离后，再垂直起跳 $0.25m$ 投篮，篮球可准确落入篮筐内，请直接写出该球员向篮筐方向沿直线 OC 运球的距离．

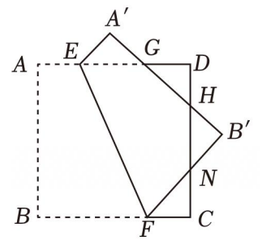


23．（1）正方形 $ABCD$ 中，E，F 分别是 AD，BC 边上的点，连接 EF，将四边形 $ABFE$ 沿 EF 折叠，得到四边形 $A'B'FE$，$A'B'$ 与 AD 边交于点 G．

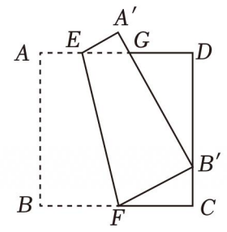
①如图 1，$A'B'$，$B'F$ 分别与 CD 边交于点 H，N，若 $AE=DH=1$，求 $B'H$ 的长；

②如图 2，若点 B' 恰好落在 CD 边上，且 $AB=4$，求△$B'GD$ 的周长；

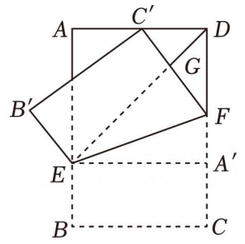
（2）如图 3，矩形 $ABCD$ 中，点 E 是边 AB 上一点，连接 DE，将△AED 沿 DE 折叠后并展开，点 A 的对应点 A' 恰好落在 CD 边上，F 为 CD 边上一点，连接 EF，将四边形 $EBCF$ 沿 EF 折叠后得到四边形 $EB'C'F$．若点 C' 恰好落在 AD 边上，$C'F$ 与 DE 相交于点 G，且 $AB=6$，$BC=4$，求$\frac{C'G}{GF}$的值．



（图1）



（图2）



（图3）