∵$PB=PQ$，$PC\perp BQ$，

∴$BC=\frac{1}{2}BQ=\frac{1}{2}m^2$，$\angle BPC=\frac{1}{2}\angle BPQ=\frac{1}{2}\times120°=60°$。

∴$\tan\angle BPC=\tan 60°=\frac{BC}{PC}=\frac{\frac{1}{2}m^2}{m}=\sqrt{3}$。

∴$m=2\sqrt{3}$。

∴$n=\frac{1}{2}m^2-3=3$。

∴点 P 的坐标为$(2\sqrt{3}，3)$。

综合素养评价(一)

1. B **2.** C **3.** D **4.** C **5.** B **6.** C **7.** A **8.** C

9. D **10.** B **11.** $<$ **12.** $\frac{15}{17}$ **13.** $[1，-2，2]$

14. $4\sqrt{2}$ m **15.** 2

16. 解：(1)原式$=3\times\frac{\sqrt{3}}{3}+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2-2\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=\sqrt{3}+\frac{1}{2}-\sqrt{3}$

$=\frac{1}{2}$。

(2)原式$=4\times\frac{1}{2}-\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}+\sqrt{3}\times\sqrt{3}$

$=2-1+3$

$=4$。

17. 解：(1)∵二次函数 $y=x^2-4x+3a+2=(x-2)^2+3a-2$，∴该二次函数的图象开口向上，对称轴为直线 $x=2$，顶点坐标为$(2，3a-2)$，有最小值 $3a-2$。(答案不唯一，答出三条即可)

(2)令 $x^2-4x+3a+2=2x-1$。

整理，得 $x^2-6x+3a+3=0$。

∵二次函数的图象在 $x\leqslant4$ 的部分与一次函数 $y=2x-1$ 的图象有两个交点，

∴方程 $x^2-6x+3a+3=0$ 在 $x\leqslant4$ 的范围内有两个不同的实数根。

∴$\begin{cases}\Delta=(-6)^2-4\times1\times(3a+3)>0，\\ \frac{6\pm\sqrt{(-6)^2-4(3a+3)}}{2}\leqslant4，\end{cases}$

解得$\frac{5}{3}\leqslant a<2$。

∴a 的取值范围为$\frac{5}{3}\leqslant a<2$。

18. 解：(1)把 $A(1，-2)$和 $B(0，-5)$代入 $y=x^2+bx+c$，

得$\begin{cases}1+b+c=-2，\\ c=-5，\end{cases}$ 解得$\begin{cases}b=2，\\ c=-5。\end{cases}$

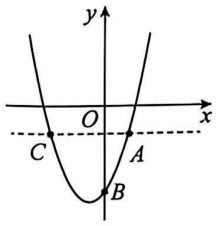
∴该二次函数的表达式为 $y=x^2+2x-5$。

∵$y=x^2+2x-5=(x+1)^2-6$，

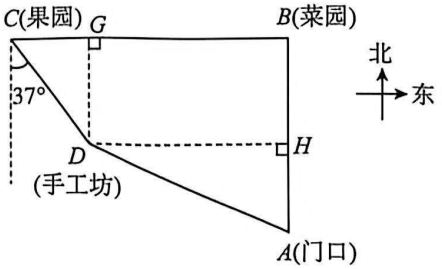
∴顶点坐标为$(-1，-6)$。

(2)如图，∵点 $A(1，-2)$关于对称轴直线 $x=-1$ 的对称点 C 的坐标为$(-3，-2)$，

∴当 $y\leqslant-2$ 时，x 的取值范围是$-3\leqslant x\leqslant1$。



19. 解：如图，过点 D 作 $DH\perp AB$ 于点 H，$DG\perp BC$ 于点 G，



则四边形 $GDHB$ 是矩形。

∴$GD=BH$，$DH=GB$。

根据题意，知 $CD=300$ m，$\angle CDG=37°$，

∴$DG=CD\cdot\cos 37°\approx300\times0.80=240$(m)，

$CG=CD\cdot\sin 37°\approx300\times0.60=180$(m)。

∴$BH=240$ m。

∵$AB=450$ m，

∴$AH=AB-BH=210$ m。

∵$\angle DAH=65°$，

∴$DH=AH\cdot\tan 65°\approx210\times2.14=449.4$(m)。

∴$BG=DH=449.4$ m。

∴$BC=CG+BG=180+449.4=629.4\approx629$(m)。

∴菜园与果园之间的距离约为 629 m。

20. 解：(1)设 y 与 x 之间的关系式为 $y=kx+b$。

由题意，得$\begin{cases}15k+b=50,\\17k+b=30,\end{cases}$

解得$\begin{cases}k=-10,\\b=200。\end{cases}$

∴y 与 x 之间的关系式为 $y=-10x+200$。

(2)设每天获得的利润为 w 元。

由(1)可得 $w=(x-12)(-10x+200)=-10x^2+320x-2\ 400=-10(x-16)^2+160$。

∵$12\leqslant x\leqslant12\times1.5$，且$-10<0$，

∴当 $x=16$ 时，w 有最大值，最大值为 160。

∴这种学习用品的销售单价定为 16 元时，每天可获得最大利润，最大利润是 160 元。

21. 解：(1)在 $y=x-3$ 中，令 $x=0$，则 $y=-3$，

∴$C(0,-3)$。

令 $y=0$，则 $x=3$，∴$B(3,0)$。

将$(3,0)$，$(0,-3)$代入 $y=-x^2+bx+c$，

得$\begin{cases}-9+3b+c=0,\\c=-3,\end{cases}$解得$\begin{cases}b=4,\\c=-3。\end{cases}$

∴$y=-x^2+4x-3$。

(2)令 $y=0$，则$-x^2+4x-3=0$，

解得 $x=1$ 或 $x=3$。

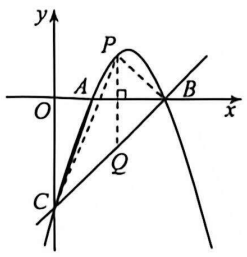
∴$A(1,0)$。

∴$AB=2$。

∴$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times2\times3=3$。

∵$S_{\triangle PBC}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$，∴$S_{\triangle PBC}=\frac{3}{2}$。

如图，过点 P 作 $PQ\perp x$ 轴交 BC 于点 Q。



设 $P(t,-t^2+4t-3)$，则 $Q(t,t-3)$，

∴$PQ=|-t^2+3t|$。

∴$\frac{3}{2}=\frac{1}{2}\times3\times|-t^2+3t|$，

解得 $t=\frac{3\pm\sqrt{13}}{2}$或 $t=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$。

∴点 P 的坐标为$\left(\frac{3+\sqrt{13}}{2},\frac{\sqrt{13}-5}{2}\right)$或$\left(\frac{3-\sqrt{13}}{2},\frac{-5-\sqrt{13}}{2}\right)$或$\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2},\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)$或$\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2},\frac{-1-\sqrt{5}}{2}\right)$。

22. 解：(1)58°

(2)如图，过点 C 作 $CF\perp l$，垂足为 F，过点 B 作 $BN\perp CF$，垂足为 N，则 $FN=AB=18$ cm，$BN=AF$，$\angle ABN=90°$。

∵$\angle ABC=148°$，

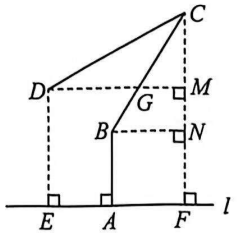
∴$\angle CBN=\angle ABC-\angle ABN=148°-90°=58°$。

在 Rt△CBN 中，$BC=40$ cm，

∴$CN=BC\cdot\sin58°\approx40\times0.85=34$(cm)。

∴$CF=CN+FN=34+18=52$(cm)。

∴悬臂端点 C 到桌面 l 的距离约为 52 cm。



(3)如图，过点 D 作 $DM\perp CF$，垂足为 M，设 DM 与 BC 交于点 G，过点 D 作 $DE\perp l$，垂足为 E，则 $DE=MF$。

∵摄像头点 D 到桌面 l 的距离为 30 cm，

∴$MF=30$ cm。

∴$CM=CF-MF=52-30=22$(cm)。

在 Rt△CDM 中，$CD=44$ cm，$CM=22$ cm，

∴$\sin\angle CDM=\frac{CM}{CD}=\frac{1}{2}$。

∴$\angle CDM=30°$，$\angle DCM=60°$。

在 Rt△CBN 中，$\angle CBN=58°$，

$\therefore \angle BCN=32°$。

$\therefore \angle BCD=\angle DCM-\angle BCN=60°-32°=28°$。

23. 解：(1)易知 $y=-x+3$ 与 x 轴的交点 B 的坐标为(3，0)，与 y 轴的交点 C 的坐标为(0，3)。

把点 B，C 的坐标代入 $y=-x^2+bx+c$ 中，

得 $\begin{cases}-9+3b+c=0,\\ c=3,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}b=2,\\ c=3。\end{cases}$

$\therefore$抛物线对应的函数表达式为 $y=-x^2+2x+3$。

(2)①如图 1，过点 E 作 $EM\perp PG$ 于点 M。

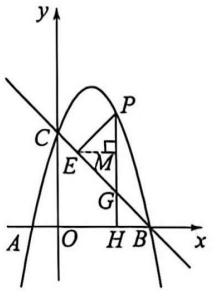


图 1

$\therefore EM/\!/AB$。

$\because B(3，0)$，$C(0，3)$，

$\therefore OB=OC=3$。$\therefore \angle OBC=45°$。

$\therefore \angle MEG=45°$。

$\because EM\perp PG$，$\therefore \angle EGM=45°$。

$\because PE\perp BC$，

$\therefore \triangle PEG$ 是等腰直角三角形。

$\therefore PE=\frac{\sqrt{2}}{2}PG$。

$\because P(m，-m^2+2m+3)$，$G(m，-m+3)$，

$\therefore PG=-m^2+2m+3-(-m+3)=-m^2+3m=-\left(m-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{9}{4}$，

则 $PE=\frac{\sqrt{2}}{2}PG=-\frac{\sqrt{2}}{2}\left(m-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{9\sqrt{2}}{8}(0<m<3)$，

即 $h=-\frac{\sqrt{2}}{2}\left(m-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{9\sqrt{2}}{8}(0<m<3)$。

$\therefore$当 $m=\frac{3}{2}$ 时，h 取最大值。

此时点 P 的坐标为 $\left(\frac{3}{2}，\frac{15}{4}\right)$。

②由①可知 $PE=\frac{9\sqrt{2}}{8}$。

如图 2，直线 l 与直线 BC 平行，直线 l 与 y 轴交于点 T，过点 C 作 $CS\perp l$ 于点 S。

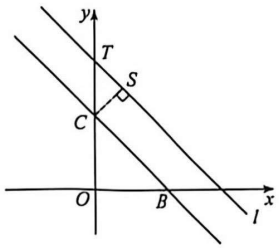


图 2

$\because$直线 l 到直线 BC 的距离等于 PE，

$\therefore CS=\frac{9\sqrt{2}}{8}$。

$\because B(3，0)$，$C(0，3)$，

$\therefore OB=OC$。$\therefore \angle OCB=45°$。

$\therefore \angle STC=45°$。

$\therefore \triangle CST$ 是等腰直角三角形。

$\therefore CT=\frac{9}{4}$。$\therefore OT=\frac{9}{4}+3=\frac{21}{4}$。

$\therefore$直线 l 的函数表达式为 $y=-x+\frac{21}{4}$。

当 l 在直线 BC 的下方时，$OT=3-\frac{9}{4}=\frac{3}{4}$，

$\therefore$直线 l 的函数表达式为 $y=-x+\frac{3}{4}$。

综上所述，直线 l 的函数表达式为 $y=-x+\frac{21}{4}$ 或 $y=-x+\frac{3}{4}$。

第三章知识运用

1. C **2.** B **3.** B **4.** C **5.** B **6.** B **7.** C **8.** D **9.** C **10.** A **11.** 10 **12.** $a>3$ **13.** 1 **14.** $\sqrt{2}\leqslant a\leqslant\sqrt{2}+1$ **15.** ②③

16. (1)$m=2$ 或 $m=-1$。

(2)$m=1$，此时 y 与 x 之间的关系式为 $y=\frac{3}{x}$。

17. 解：(1)把 $A(1，4)$ 代入 $y_1=\frac{k}{x}$，得 $k=4$，

$\therefore y_1=\frac{4}{x}$。

把 $B(m,-2)$代入 $y_1=\frac{4}{x}$，得 $m=-2$，

$\therefore$点 B 的坐标为$(-2,-2)$。

把点 A，B 的坐标代入 $y_2=ax+b$，

得$\begin{cases}a+b=4,\\-2a+b=-2,\end{cases}$解得$\begin{cases}a=2,\\b=2。\end{cases}$

$\therefore y_2=2x+2$。

(2)观察图象可知，使得 $ax+b\leqslant\frac{k}{x}$成立的自变量 x 的取值范围是 $x\leqslant-2$ 或 $0<x\leqslant1$。

18. (1)k 的值为 4。

(2)点 D 的坐标为$(1,4)$。

19. 解：(1)双曲线的函数表达式为 $y=\frac{6}{x}$。

(2)对于直线 $y=\frac{1}{2}x+2$，令 $y=0$，得 $x=-4$，即点 C 的坐标为$(-4,0)$。

设 $P(x,0)$，可得 $PC=|x+4|$。

$\because\triangle ACP$ 的面积为 3，$\therefore\frac{1}{2}|x+4|\times3=3$，

即$|x+4|=2$，解得 $x=-2$ 或 $x=-6$。

$\therefore$点 P 的坐标为$(-2,0)$或$(-6,0)$。

20. 解：(1)设材料锻造时 y 关于 x 的函数表达式为 $y=\frac{k}{x}(k\neq0)$。

将$(8,600)$代入，得 $600=\frac{k}{8}$，

解得 $k=4\ 800$。

$\therefore y=\frac{4\ 800}{x}$。

把 $y=800$ 代入 $y=\frac{4\ 800}{x}$，得$\frac{4\ 800}{x}=800$，

解得 $x=6$。

$\therefore B(6,800)$。

$\therefore$材料锻造时 y 关于 x 的函数表达式为 $y=\frac{4\ 800}{x}(x\geqslant6)$。

设材料煅烧时 y 关于 x 的函数表达式为 $y=ax+32(a\neq0)$。

将$(6,800)$代入，得 $800=6a+32$，

解得 $a=128$。

$\therefore$材料煅烧时 y 关于 x 的函数表达式为 $y=128x+32(0\leqslant x<6)$。

(2)把 $y=480$ 代入 $y=\frac{4\ 800}{x}$，得 $x=10$。

$10-6=4(\text{min})$。

故锻造的操作时间为 4 min。

21. 解：(1)设当 $20\leqslant x\leqslant45$ 时，反比例函数的表达式为 $y=\frac{k}{x}$，将 $C(20,45)$代入，

得 $45=\frac{k}{20}$，解得 $k=900$。

$\therefore$反比例函数的表达式为 $y=\frac{900}{x}$。

当 $x=45$ 时，$y=\frac{900}{45}=20$，

$\therefore D(45,20)$。

$\therefore A(0,20)$，即点 A 对应的指标值为 20。

(2)能。理由如下：

设当 $0\leqslant x<10$ 时，直线 AB 的表达式为 $y=mx+n$，将 $A(0,20)$，$B(10,45)$代入，

得$\begin{cases}20=n,\\45=10m+n,\end{cases}$解得$\begin{cases}m=\frac{5}{2},\\n=20。\end{cases}$

$\therefore$直线 AB 的表达式为 $y=\frac{5}{2}x+20$。

当 $y\geqslant36$ 时，即$\frac{5}{2}x+20\geqslant36$，解得 $x\geqslant\frac{32}{5}$。

由(1)得反比例函数的表达式为 $y=\frac{900}{x}$，

当 $y\geqslant36$ 时，$\frac{900}{x}\geqslant36$，解得 $x\leqslant25$。

$\therefore$当$\frac{32}{5}\leqslant x\leqslant25$ 时，注意力指标都不低于 36。

$\because25-\frac{32}{5}=\frac{93}{5}>17$，

∴张老师能经过适当的安排，使学生在听这道综合题的讲解时，注意力指标都不低于36。

22. 解：(1)由题意，得 $B(4,6)$，$E(4,3)$，

故直线 OB 的函数表达式为 $y=\frac{3}{2}x$；

反比例函数的表达式为 $y=\frac{12}{x}$。

(2)∵$S_{矩形OABC}=OC\cdot OA=6\times4=24$，

$S_{\triangle OAE}=S_{\triangle OCF}=\frac{1}{2}|k|=6$，

∴$S_{四边形OEBF}=S_{矩形OABC}-S_{\triangle OAE}-S_{\triangle OCF}=24-6-6=12$。

23. 解：(1)∵$B(2,2\sqrt{3})$，∴$BC=2$。

∵$BD=\frac{1}{2}$，∴$CD=2-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$。

∴点 D 的坐标为$\left(\frac{3}{2},2\sqrt{3}\right)$。

将 $D\left(\frac{3}{2},2\sqrt{3}\right)$代入 $y=\frac{k}{x}(x>0)$，得 $2\sqrt{3}=\frac{k}{\frac{3}{2}}$，解得 $k=3\sqrt{3}$。

∴反比例函数的表达式为 $y=\frac{3\sqrt{3}}{x}(x>0)$。

当 $x=2$ 时，$y=\frac{3\sqrt{3}}{2}$，

∴点 E 的坐标为$\left(2,\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$。

(2)DE 与 AC 平行。理由如下：

由(1)知，$D\left(\frac{3}{2},2\sqrt{3}\right)$，$E\left(2,\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$，

$B(2,2\sqrt{3})$，

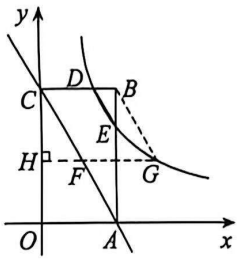
则 $BE=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

∴$\frac{BD}{BC}=\frac{\frac{1}{2}}{2}=\frac{1}{4}$，$\frac{EB}{AB}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{2\sqrt{3}}=\frac{1}{4}$。

∴$\frac{EB}{AB}=\frac{BD}{BC}$。

∴DE 与 AC 平行。

(3)①当点 F 在点 C 的下方、点 G 在点 F 的右侧时，如图，过点 F 作 $FH\perp y$ 轴于点 H。



∵四边形 $BCFG$ 为菱形，

∴$BC=CF=FG=BG=2$。

在 Rt△OAC 中，$OA=BC=2$，$OC=AB=2\sqrt{3}$，

∴$AC=\sqrt{OC^2+OA^2}=4$。∴$\angle OCA=30°$。

∴$FH=\frac{1}{2}FC=1$，$CH=\sqrt{CF^2-HF^2}=\sqrt{3}$。

∴$F(1,\sqrt{3})$，则 $G(3,\sqrt{3})$。

将 $x=3$ 代入 $y=\frac{3\sqrt{3}}{x}$，得 $y=\sqrt{3}$。

∴点 G 在反比例函数的图象上。

②当点 F 在点 C 的上方时，图略，同理可得，点 G 的坐标为$(1,3\sqrt{3})$，且在反比例函数的图象上。

综上所述，点 G 的坐标为$(3,\sqrt{3})$或$(1,3\sqrt{3})$，这两个点都在反比例函数的图象上。

第四章知识运用

1. A **2.** C **3.** B **4.** B **5.** A **6.** B **7.** A **8.** D

9. D **10.** C **11.** 中心 **12.** 400 **13.** $8\sqrt{13}$

14. 俯视图 **15.** 9

16. 解：如图所示。

