

2026 年初中学业水平模拟考试试题

数 学

本试卷共 10 页。满分 150 分。考试用时 120 分钟。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

注意事项：

1. 答题前，考生务必用 0.5 毫米黑色签字笔将自己的姓名、准考证号和座号填写在答题卡和试卷规定的位置上。
2. 选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。答案写在试卷上无效。
3. 非选择题必须用 0.5 毫米黑色签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应的位置，不能写在试卷上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不能使用涂改液、胶带纸、修正带。不按以上要求作答的答案无效。

一、选择题（本大题共 10 题，每题 4 分，共 40 分。下列各题四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题卡的相应位置上。）

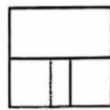
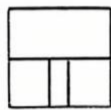
1. 下列各数中，有理数是（ ）

- A. $\sqrt[3]{9}$ B. $\pi-1$ C. $\frac{22}{7}$ D. $\tan 30^\circ$

2. 下列运算正确的是（ ）

- A. $2x+3y=6xy$ B. $(3x)^2=9x^2$
 C. $x^6 \div x^2=x^3$ D. $(x+y)^2=x^2+y^2$

3. 榫卯结构是古代中国建筑、家具及其它器械的主要结构方式，体现中国传统文化和智慧，榫卯结构中，凸出部分叫榫，凹进部分叫卯。如图是某个部件“榫、卯”的实物图，“榫”的主视图和左视图如图所示，它的俯视图是（ ）



主视图

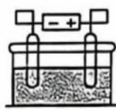
左视图

- A. B. C. D.

4. 共青团中央2026年5月3日发布数据显示,截至2025年12月底,全国共有共青团员7833.6万名,共青团组织515.0万个,2025年共发展团员913.7万名.数据“913.7万”用科学记数法表示为()
- A. 913.7×10^4 B. 0.9137×10^7 C. 9.137×10^6 D. 9.137×10^8
5. 氢能具有清洁无污染、高效可再生的优势,既能助力减碳降排、推动绿色低碳,也有助于达成“碳中和”目标.下列与氢能有关的图标中,文字上方的图案是轴对称图形的是()



A. 绿氢/水电制氧



B. 水电解制氢

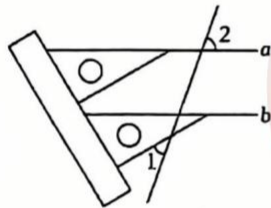


C. 水分子结构



D. 氢能源汽车

6. 如图,小明按如下方式操作直尺和含 30° 角的三角尺,依次画出直线 a, b, c ,如果 $\angle 1 = 40^\circ$,那么 $\angle 2$ 的度数为()
- A. 40° B. 50° C. 60° D. 70°



7. 如图1,“白玉月令组佩”由十二块白玉牌组成,对应一年十二个月,是承载天时、地利、人和哲学思想的礼器.图2为“白玉月令组佩”的简化示意图,将图中圆环十二等分得到十二个月令玉佩,其中A, B, C, D为圆中玉佩的顶点.连接AC, BD相交于点E,则 $\angle CED$ 的度数是()

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

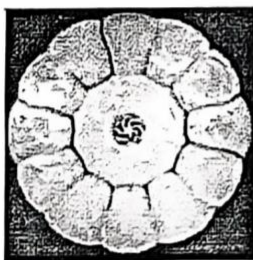


图1

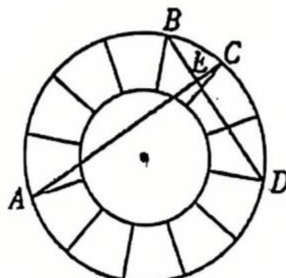


图2

8. 如图1, 长为10cm, 宽为8cm的长方形内部有一不规则图案(图中阴影部分), 数学小组为了探究该不规则图案的面积是多少, 进行了计算机模拟试验, 通过计算机随机投放一个点, 并记录该点落在不规则图案上的次数(点在界线上不计入试验结果), 得到如下数据:

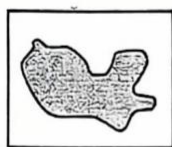


图1

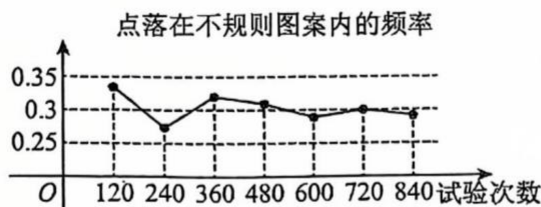


图2

由此可估计不规则图案的面积大约为 ()

- A. 32cm^2 B. 24cm^2 C. 16cm^2 D. 8cm^2
9. 如图1, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, D, E 分别是 AC, AB 的中点, 连接 CE, DE , 点 P 从点 C 出发, 沿 $C \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow A$ 的方向匀速运动到点 A , 速度为 1cm/s . 图2是点 P 运动时, $\triangle AEP$ 的面积 S (单位: cm^2) 随时间 t (单位: s) 变化的图象, 则 a 的值为 ()

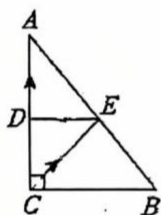


图1

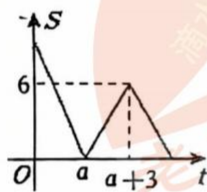
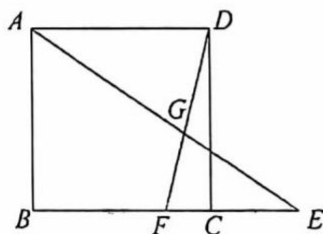


图2

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6
10. 如图, 四边形 $ABCD$ 为正方形, $AB=2$, E 为直线 BC 上的一个动点, F 为 BE 的中点, 记直线 AE 和 DF 交于点 G , 则 AG 长度的最小值为 ()

- A. 2 B. $\sqrt{5}$ C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{4\sqrt{5}}{5}$



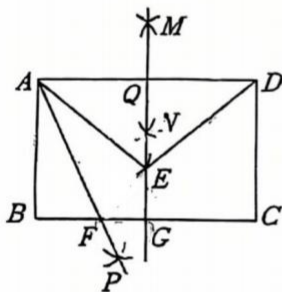
二、填空题（本大题共 5 题，每题 4 分，共 20 分）

11. 比较大小： $-(-2)^3$ _____ $-|-9|$ （填“<”“>”或“=”）.

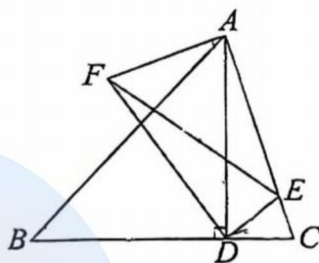
12. 关于 x 、 y 的方程组 $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x = -515 \\ y = -4048 \end{cases}$ ，则关于 x 、 y 的方程组

$$\begin{cases} a_1(x-5) + 2b_1(y-2) = -c_1 \\ a_2(5-x) + b_2(4-2y) = c_2 \end{cases}$$
 的解是_____ .

13. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB=5$ ， $AD=8$ ，分别以 A ， D 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}AD$ 长为半径画弧，两弧交于 M ， N 两点，作直线 MN ；以点 A 为圆心，以 AB 长为半径画弧，交直线 MN 于点 E ，连接 AE ， DE ；分别以 B ， E 为圆心，大于 $\frac{1}{2}BE$ 长为半径画弧，两弧交于点 P ，作射线 AP 交 BC 边于点 F ，则 BF 的长为_____.



第 12 题图



第 13 题图

14. 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 45^\circ$ ， $BC = 4$ ， $\tan \angle ACB = 3$ ， $AD \perp BC$ 于 D ，若将 $\triangle ADC$ 绕点 D 逆时针方向旋转得到 $\triangle FDE$ ，当点 E 恰好落在 AC 上，连接 AF ，则 AF 的长为_____.

15. 对于正实数 n ，根据 n 是否是有理数，分以下两种情况得到另一个正实数 m ；若 n 为有理数，则 $m = \sqrt{n+1}$ ；若 n 为无理数，则 $m = n^2 + 2$ 。这种得到 m 的过程称为对 n 进行一次变换。对所得的数 m 再进行一次变换称为对 n 进行二次变换，…依此类推。例如，正实数 $n=5$ 为有理数，则对 5 进行一次变换得到的数为 $\sqrt{6}$ ， $\sqrt{6}$ 为无理数，对 5 进行二次变换得到的数为 8；8 为有理数，对 5 进行三次变换得到的数为 3。若对正实数 n 进行二次变换得到的数为 3，则所有满足条件的 n 的值之和为_____.

三、解答题（本大题共 8 题，共 90 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。）

16. (10 分) (1) 计算： $\sqrt{12} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} - 3 \tan 30^\circ - |\sqrt{5}|$ 的值.

(2) 若 $m^2 - 3m - 5 = 0$ ，求代数式 $\left(m - \frac{9}{m}\right) \cdot \frac{m^2}{m+3}$

17. (10分) 2026年5月4日, 在英国谢菲尔德举行的2026世界斯诺克锦标赛决赛中, 中国选手00后小将吴宜泽18比17战胜英格兰选手肖恩·墨菲, 夺得冠军. 斯诺克运动中, 几何学知识具有重要应用. 选手们常常会用反弹的技巧击打目标球. 如图1, 击球后, 撞击路线与桌边的夹角等于反射路线与桌边的夹角, 即 $\angle 1 = \angle 2$.

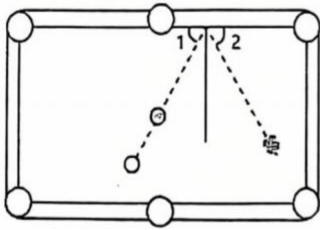


图1

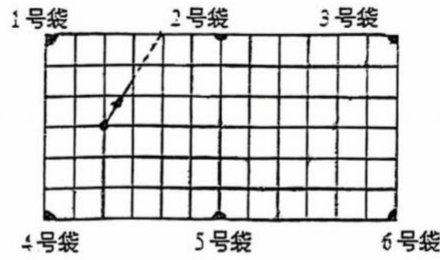


图2



(1) 如图2, 是一个经过改造的台球桌面的示意图, 图中阴影部分分别表示六个入球孔, 如果一个球按图中所示的方向被击出(球可以经过多次反射), 那么该球最后将落入的球袋是_____号袋, 并在图中画出路线图;

(2) 如图3, 以台球桌内壁 OA 、 OC 所在的直线为坐标轴建立平面直角坐标系. 已知标准斯诺克台球桌内壁尺寸可近似为 3.6×1.8 米, 已知目标球点 D 的坐标为 $(1.4, 2.5)$, 目标球 D 被直接击打后沿直线到达内壁点 P 处, 经反弹后沿直线直接到达顶袋 C 处, 请求出此时点 P 的坐标.

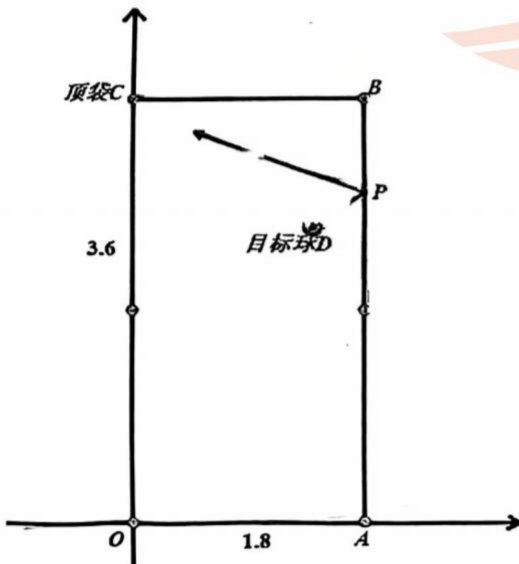
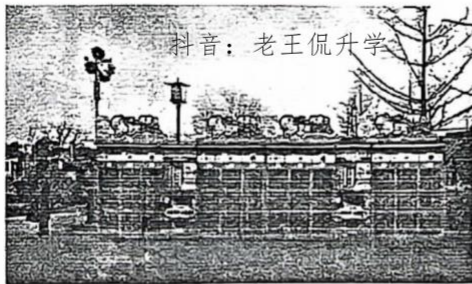
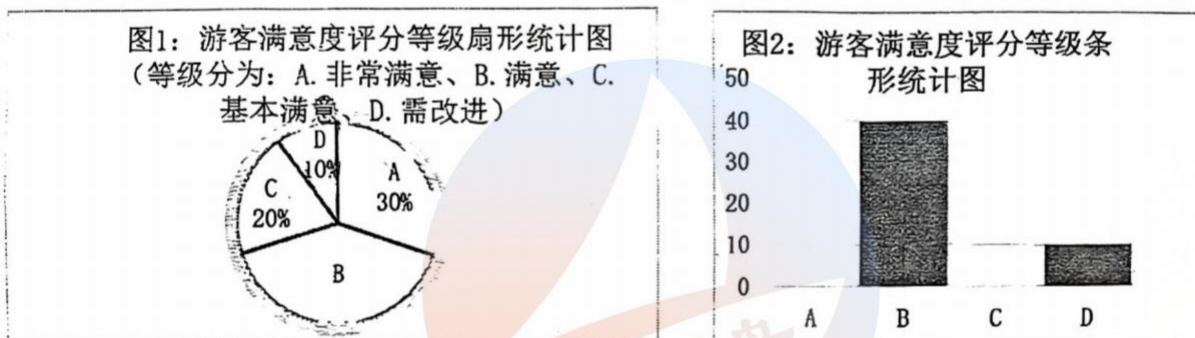


图3

18. (10分) 【背景材料】泰山景区“智慧登山”服务满意度调查：2026年“五一”假期，泰山景区全面上线了4000根基础款共享登山杖与200根智能登山杖，这一“黑科技”举措不仅让登山更省力，还极大减少了传统木棍对景区植被的破坏。为了解游客对这项“智慧登山”服务的满意度，景区管理部门随机抽取了部分游客进行问卷调查(满分100分)



【数据收集与整理】工作人员将收集的评分数据整理后，绘制了如下两幅不完整的统计图：



此外，工作人员还重点抽取了体验两种登山杖的各10名游客的具体评分(单位: 分):

智能款评分: 95, 98, 92, 95, 90, 96, 96, 100, 94, 96.

基础款评分: 92, 90, 95, 85, 95, 100, 90, 94, 95, 96.

各10名游客的具体评分统计量	平均数	众数	中位数	方差
智能款评分	95.2	96	-	7.16
基础款评分	93.2	c	94.5	15.36

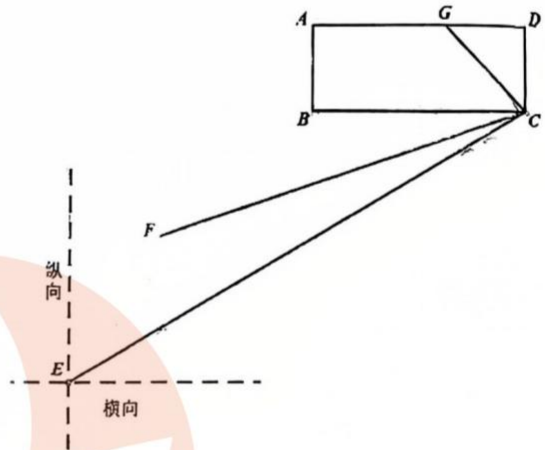
【问题解决】(1) 请求出本次随机抽取的游客总人数，以及在扇形统计图中，B等级所对应的圆心角度数；并补全条形统计图；

(2) 填空: $b =$ _____, $c =$ _____; 请对比基础款登山杖和智能款的评分，谈谈你对这两种登山杖服务的评价或提出建议；

(3) 在评分最高的4名游客(2名来自泰安本地，2名来自外地)中，景区计划随机抽取2名作为“泰山文明旅游宣传大使”。请用列表法或画树状图法，求抽取的2名宣传大使恰好都是外地游客的概率。

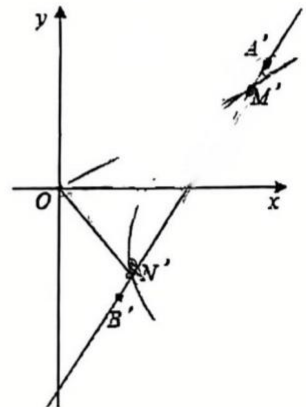
19. (10分) 2026年齐鲁足球超级联赛揭幕战, 泰安泰山城建队对阵青岛青春岛队的比赛第86分钟, 泰安队完成一记精彩的门柱反弹绝杀进球。如图, 矩形 $ABCD$ 为青岛队的球门俯视图, 泰安队的球员在 E 点起脚射门, 足球越过青岛守门员 F 侧前方, 击中远门柱 C 后反弹入网至点 G 。已知球门纵深 $CD = 2.44\text{m}$, $DG = 2.44\text{m}$, $\angle ECG = 75^\circ$, $\tan\angle BCF = \frac{1}{3}$, 射门球员 E 与守门员 F 横向相距 3m , 纵向相距 5m 。

- (1) 求守门员 F 到门框 BC 的距离;
- (2) 如果守门员 F 在射手 E 射门瞬间, 沿纵向向前移动多少米刚好可以挡住足球入网? (参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.73$, 计算结果保留一位小数.)

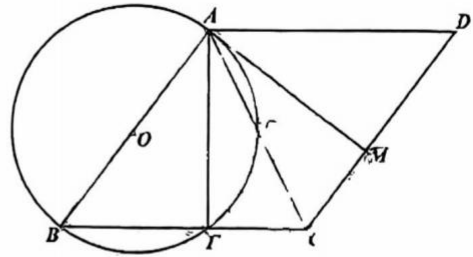


20. (11分) 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 与直线 AB 在第一象限相交于点 M 、 N , 将两函数图象绕原点 O 顺时针旋转 60° 后, 如图, A 、 B 、 M 、 N 对应点分别是 A' 、 B' 、 M' 、 N' , 已知 $A'(2\sqrt{3}, 2)$, $B'(1, -\sqrt{3})$,

- (1) 求点 A 和 B 的坐标及直线 AB 的解析式;
- (2) 若点 M 的横坐标为 $\frac{1}{2}$, 求 k 的值及 $\triangle OMN$ 的面积.



21. (11分) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, 以 AB 为直径作 $\odot O$, AC 、 BC 分别交 $\odot O$ 于点 E 、 F , 点 M 为边 CD 上一点, 且满足 $CM = CF$, 连接 AM .



(1) 求证: AM 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $CE = \sqrt{5}$, $DM = 3$, 求菱形 $ABCD$ 的边长.

22. (14分) 已知关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a > 0$) 的两个实数根分别为 $x_1 = -1$ 和 $x_2 = 2$, 对于二次函数 $y = ax^2 + (b + 2a)x + a + b + c$.

(1) 请直接写出: ① a 与 b 的关系式_____ ; ②二次函数图象与 x 轴的交点坐标为_____ ;

(2) ①若 $-3 \leq x \leq 1$ 时, 函数值 $y < 3$ 总成立, 求 a 的范围;

②已知该二次函数上有两点 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , 当 $t \leq x_1 \leq t + 1, t + 2 \leq x_2 \leq t + 3$ 时, 都有 $y_1 \neq y_2$, 求 t 的范围.

23. (14分) **【核心定义】** 如果一个四边形的对角线将这个四边形的面积分割成1:2的两部分，那么我们就称这个四边形为“三模四边形”，且这条对角线叫做“三模对角线”。如

图1，在四边形ABCD中，对角线AC与BD交于点O，且 $S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2}S_{\triangle CBD}$ ，则称四边形ABCD是“三模四边形”，BD为“三模对角线”。

(1) **【初步辨识】** 如图2，在四边形ABCD中，对角线AC与BD相交于点O。已知 $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\angle BAC = 60^\circ$ ， $AB = 2$ ， $S_{\triangle ADC} = \sqrt{3}$ 。请判断四边形ABCD _____ (是/否)为“三模四边形”；

(2) **【性质探究】** 如图3，数海小组的同学发现若四边形ABCD是“三模四边形”，且BD为“三模对角线”，则对角线的交点O将另一条对角线AC分割成1:2的两部分（即该交点是对角线AC的一个三等分点）。

几何语言：

条件：若四边形ABCD是“三模四边形”，其中 $S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2}S_{\triangle CBD}$ ；

结论：则 $AO = \frac{1}{2}OC$ ；请你帮数海小组的同学证明一下；

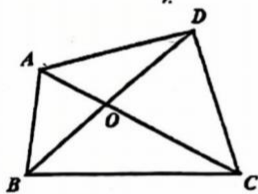


图1

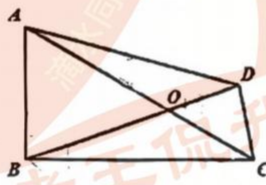


图2

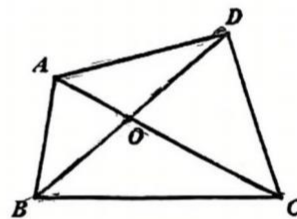


图3

(3) **【判定推理】** 如图4，在正方形ABCD中， $AB = 4$ ，点E在边CD上， $DE = 1$ ，点F在边AD上，且 $\tan \angle DFE = \frac{3}{8}$ ，线段CF与BE相交于点O。数海小组进一步发现：既可以利用面积被分为1:2两部分判定是否是三模四边形，也可以利用一条对角线被对角线交点分成1:2两部分来判定。请你选择一种方法判断四边形BFEC是否为“三模四边形”，并说明理由；

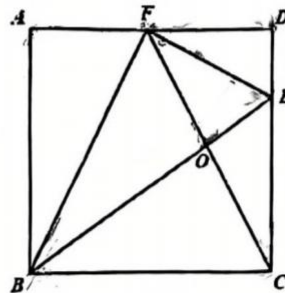


图4

(4) 【综合应用】如图 5，在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 5$ ， $BC = 6$ ，点 F 是边 AB 上的一个动点，点 G 是边 BC 的中点。拾贝小组将 $\triangle BFG$ 沿线段 FG 折叠，得到 $\triangle FGH$ ，延长 FH 交射线 CD 于点 M ，是否存在这样的 BF 使得四边形 $CGHM$ 是“三模四边形”；若存在，请直接写出线段 BF 的长度，若不存在，请说明理由。

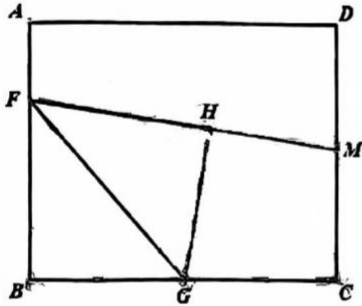
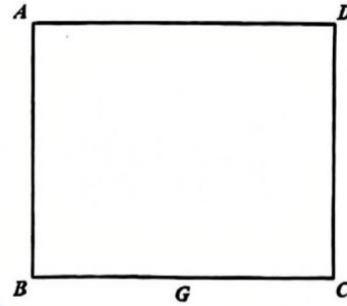


图 5



备用图

