九年级数学练习题（三）

2026.05

一、选择题，共 10 小题，40 分。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案										

1.在数轴上表示下列四个数：-1，$\frac{1}{3}$，$-\sqrt{2}$，π，则距离原点最远的数是

A．-1　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$-\sqrt{2}$　　D．π

2. 在下列各瓷器图片中，若不考虑瓷器花纹等因素，主视图和左视图相同的是

A．　B．　C．　D．

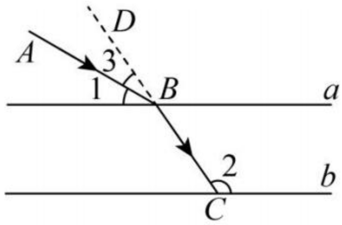
3.在“十四五”时期，生成式人工智能加速融入生产生活，成为推动我国经济社会数字化、智能化转型的重要引擎．《中国互联网络发展状况统计报告》显示：截至 2025 年 12 月，我国生成式人工智能用户达 60200 万人，其中“60200”用科学记数法表示为

A．0.602×10^5　　B．6.02×10^4　　C．6.02×10^5　　D．6.02×10^9

4.下列运算正确的是

A. $a^2\cdot a^3=a^5$　　B. $\left(a^2\right)^3=a^5$　　C. $\mathrm{a}^6\div\mathrm{a}^2=\mathrm{a}^3$　　D. $a^5+a^5=a^{10}$

5.光线从一种介质射向另一种介质时会发生折射．如图是一块玻璃的 a，b 两面，且 $a\parallel b$，现有一束光线 AB 从空气射向玻璃时发生折射，光线变成 BC，点 D 为线段 CB 延长线上一点．已知∠1=30°，∠2= 125°，则∠3 的度数为



A．45°　　B．40°　　C．25°　　D．20°

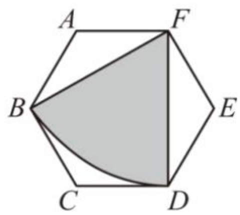
6.实验室的试管架上有三支没有标签的试管，试管内分别盛有氢氧化钠、盐酸、氢氧化钾三种溶液．小明同学将酚酞溶液随机滴入两个试管中，则试管中溶液同时变红的概率是

A. $\frac{1}{6}$　　B. 1　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{2}{3}$

7.我国古代数学名著《孙子算经》中有这样一道题："今有木，不知长短，引绳度之，余绳四尺五寸；屈绳量之，不足一尺，木长几何？"意思是：用一根绳子去量一根木条，绳子还剩余4.5尺；将绳子对折再量木条，木条剩余1尺．问木条长多少尺？设木条长x尺，绳子长y尺，则可列方程组为

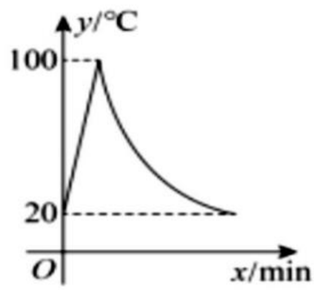
A. $\begin{cases}x-y=4.5\\ y-\frac{1}{2}x=1\end{cases}$　B. $\begin{cases}y-x=4.5\\ 2x-y=1\end{cases}$　C. $\begin{cases}x-y=4.5\\ \frac{1}{2}x-y=1\end{cases}$　D. $\begin{cases}y-x=4.5\\ x-\frac{1}{2}y=1\end{cases}$

8.如图，在边长为6的正六边形$ABCDEF$中，以点F为圆心，以FB的长为半径作$\overset{\frown}{BD}$，剪下图中阴影部分做一个圆锥的侧面，则这个圆锥的底面半径为



A. 1　　B. $\sqrt{3}$　　C. $2\sqrt{3}$　　D. 3

9. 如图所示的是某新款茶吧机，开机加热时每分钟上升20℃，加热到100℃，停止加热，水温开始下降，此时水温y（单位：℃）与时间x（单位：min）成反比例关系．当水温降至20℃时，茶吧机再自动加热，若水温在20℃时接通电源，水温y与通电时间x之间的关系如图所示，则下列说法错误的是



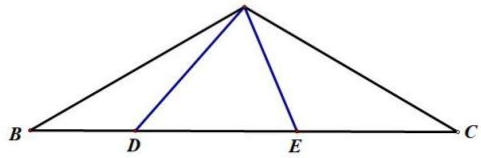
A．水温从20℃加热到100℃，需要4min

B．水温下降过程中，y与x的函数关系式是$y=\frac{400}{x}$

C．接通电源后，第30min时水温不低于42℃

D．在一个加热周期内水温不低于40℃的时间为9min

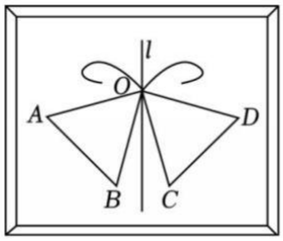
10.如图，等腰ΔABC中，AB=AC=4，∠B=30°，点D，E是线段BC上的动点，且DE=$\frac{1}{2}$BC，则线段AD+AE的最小值为



A. $2\sqrt{7}$　　B. 4　　C. $4\sqrt{2}$　　D. $4\sqrt{3}$

二、填空题，共 5 小题，20 分。

11.分式 $\frac{x+1}{x-1}$ 的值为 0，则 x 的值为____________________.

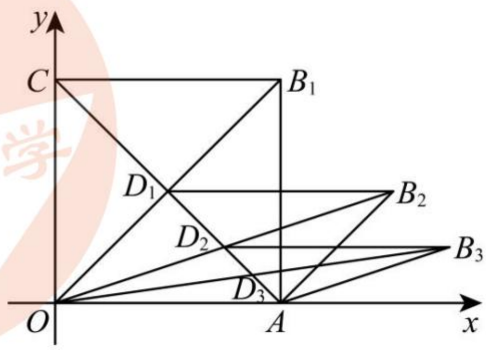


12.木雕是中国传统民间工艺的重要分支，其历史可追溯至新石器时代．如图，这是工匠雕刻的木雕作品，蝴蝶的左右两侧关于直线 l 对称，点 O 在直线 l 上，点 A 和点 D 为对称点，点 B 和点 C 为对称点，若 $\angle AOD=150°$，$\angle BOC=30°$，则 $\angle AOB$ 的度数为________________ .

13.满足 $-4<3x+1\leq4$ 的所有 x 的整数的和为__________________.

14.为执行国家药品降价政策，给人民群众带来实惠，某药品经过两次降价，每盒零售价由 16 元降为 9 元，则两次降价平均每次的降价率是__________________.

15.如图，在平面直角坐标系中，正方形 OAB_1C 的顶点 B_1 的坐标为 $(1,1)$，它的两条对角线相交于点 D_1，以 OA, OD_1 为邻边作平行四边形 OAB_2D_1，平行四边形 OAB_2D_1 的对角线相交于点 D_2，再以 OA, OD_2 为邻边作平行四边形 OAB_3D_2，平行四边形 OAB_3D_2 的对角线相交于点 D_3，依次类推，则平行四边形 D_{2025} 的顶点 B_{2026} 的横坐标为____________.



三、解答题，共 8 小题，90 分.

16.（1） $\sqrt{27}-\left|1-\tan 60°\right|+\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$

（2）化简：$\left(a-1-\frac{3}{a+1}\right)\div\frac{a^2-4a+4}{a+1}$

17.如图 1，在$\triangle ABC$中，$\angle A=54^\circ$，$\angle C=18^\circ$．以点 B 为圆心，适当长度为半径画弧，分别交 BA，BC 于点 M 和点 N；分别以点 M 和点 N 为圆心，大于$\frac{1}{2}MN$的长为半径作弧，两弧交于点 O；作射线 BO 交 AC 于点 D.

（1）判断$\triangle ABD$的形状并说明理由；

（2）如图 2，在（1）的条件下，再分别以点 C 和点 D 为圆心，大于$\frac{1}{2}CD$的长为半径作弧，两弧相交于点 P 和点 Q，作直线 PQ 分别交 AC，BC 于点 E 和点 F，已知 $AD=3$，$BC=8$．求 CF 的长．

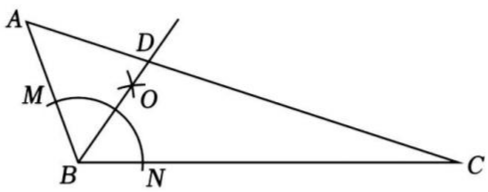


图1

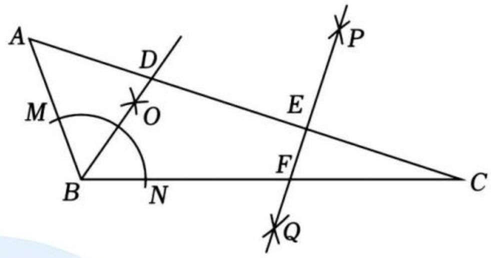


图2

18.肥城市有“中国桃都”的美誉，肥桃果肉饱满、口感香甜．某水果店购进一批数量相等的 A、B 两种肥桃，其中购买 A 肥桃用了 480 元，购买 B 肥桃用了 720 元．已知每千克 A 肥桃的进价比 B 肥桃便宜 4 元．

(1)求每千克 A 肥桃、B 肥桃的进价各是多少元?

(2)若该水果店再次购进 A、B 两种肥桃共 100 千克，且总费用不超过 1100 元．A 肥桃每千克售价 12 元，B 肥桃每千克售价 18 元．请设计进货方案，使得售完后利润最大，并求出最大利润．

19.（10 分）某种饮品由浓缩咖啡、牛奶和糖浆三种成分调制而成，不同的配比会带来不同的口味．为了解不同配比对口味的影响，某咖啡店进行了“糖浆加入量对口味影响”的试验：保持浓缩咖啡 30 毫升和牛奶 150 毫升不变，分三个方案改变糖浆的加入量（方案 A：10 毫升；方案 B：30 毫升；方案 C：50 毫升），并从 300 位品尝嘉宾中随机抽取 10 位嘉宾对每种方案的甜度和整体口感评分（以 1 至 10 的整数评分，分值越高对应甜度越高或整体口感越好）．

数据处理　根据收集到的数据，绘制了下列统计图表.

三个方案整体口感评分折线图

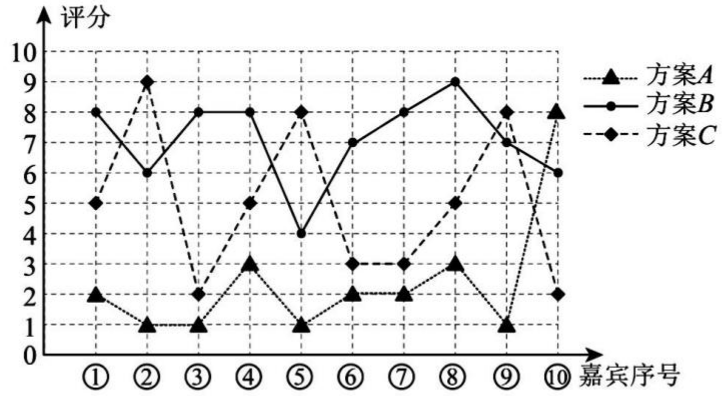


图1

表1　甜度、整体口感评分统计表

项目 / 评分 / 方案	甜度		整体口感	
	平均数	中位数	平均数	中位数
A	2.1	2	m	2
B	6.5	5	7.1	7.5
C	8.5	8	5	n

甜度、整体口感评分平均数复合统计图

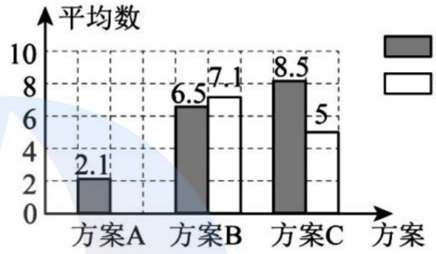


图2

数据应用

（1）在表 1 中，$m=$________，$n=$________.

请根据整体口感评分，说明三个方案中哪个方案最受欢迎.

（2）结合图 1，估计 300 位嘉宾在三个方案中最喜爱方案 C 的人数.

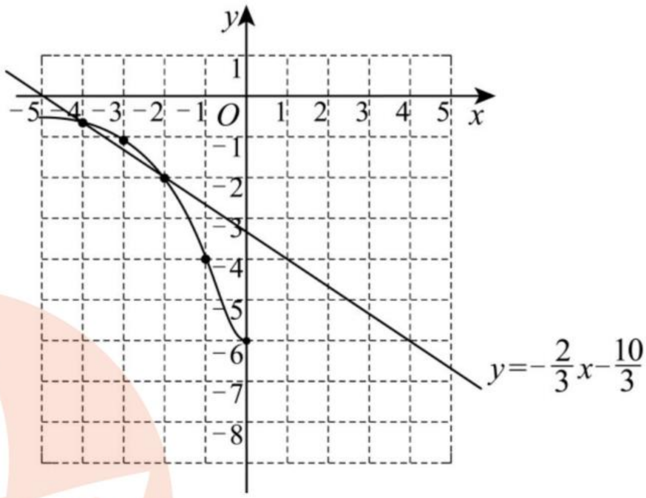
（3）补全图 2，并简单分析糖浆的加入量对饮品口味的影响.

（4）调查显示，嘉宾对饮品的甜度和整体口感的关注度占比为$3:7$，现按照这个占比计算三种方案的综合得分，得分大于6.5分的方案即可推出，请结合数据分析，推断该店将会推出哪种方案.

20.研究函数性质时，我们经历了列表、描点、连线画出函数图象，观察分析图象特征，概括函数性质的过程．结合已有的学习经验，探究函数 $y=-\frac{12}{x^2+2}$ 的图象与性质．

x	…	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	…
y	…	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{12}{11}$	-2	-4	a	-4	-2	$-\frac{12}{11}$	$-\frac{2}{3}$	…

(1)列表，写出表中 a 的值：$a=$_______．描点、连线，在所给的平面直角坐标系中补全该函数的图象．



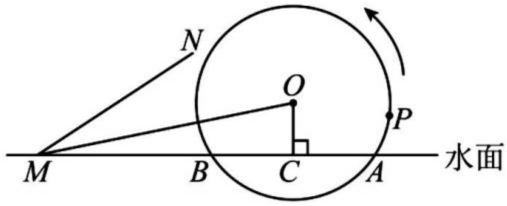
(2)观察函数图象，回答下列问题：

①函数有最_______值，是_______；

②当自变量 x 的取值范围是_______时，函数 y 的值随自变量 x 的增大而增大．

(3)已知函数 $y=-\frac{2}{3}x-\frac{10}{3}$ 的图象如图所示，结合你所画的函数图象，不等式 $-\frac{12}{x^2+2}<-\frac{2}{3}x-10$ 的解集是_______．

21.筒车是我国古代利用水力驱动的灌溉工具，如图所示，筒车⊙O 按逆时针方向，每秒钟转 3°，筒车与水面分别交于 A，B．$AB=4\sqrt{3}$m，筒车的轴心 O 距离水面的高度 OC 长为 2m，筒车上均匀分布着若干个盛水筒，若以某个盛水筒 P 刚浮出水面时开始计算时间．



(1)求筒车⊙O 的半径；

(2)若接水槽 MN 所在直线是⊙O 的切线，且与直线 AB 交于点 M．$MO=20$m，求盛水筒 P 从最高点开始，至少经过多长时间恰好在直线 MN 上？（参考数据 sin12°=cos78°≈0.2，sin6°=cos84°≈0.1）

22．在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $y=ax^2-2ax$（$a\neq0$）．

（1）若点 A（1，-1）在抛物线上，

①求 a 的值；

②过点 P（0，t）且与 y 轴垂直的直线交抛物线于 E，F 两点，且点 E 为线段 PF 的中点，求 t 的值；

（2）点 B（$1-2a$，y_1），C（-1，y_2）是抛物线上的两点，且 $y_1>y_2$．若抛物线在点 B，C 之间的部分（含点 B，C）上存在两点 M（x_1，m），N（x_2，n）（点 M，N 不重合），使得 $m=n$，求 a 的取值范围．

23．在直角三角形纸片 ABC 中，∠BAC＝90°，AB＝3，AC＝4

【数学活动】

将三角形纸片 ABC 进行以下操作：第一步：折叠三角形纸片 ABC 使点 C 与点 A 重合，然后展开铺平，得到折痕 DE；第二步：然后将△DEC 绕点 D 顺时针方向旋转得到△DFG．点 E，C 的对应点分别是点 F，G，直线 GF 与边 AC 交于点 M（点 M 不与点 A 重合），与边 AB 交于点 N．

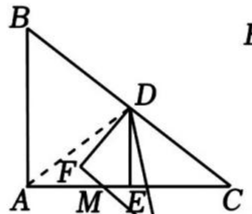


图1

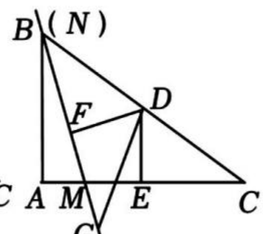


图2

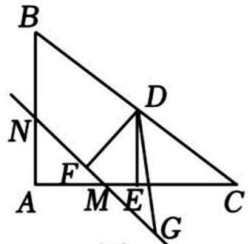
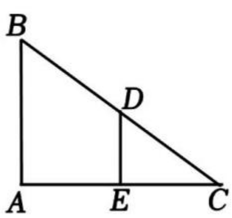


图3



备用图

【数学思考】

如图 1，按照如上操作

（1）折痕 DE 的长为______________________；

（2）在△DEC 绕点 D 旋转的过程中，试判断 MF 与 ME 的数量关系；并证明你的结论；

【数学探究】

如图 2，

（3）①当直线 GF 经过点 B 时，AM 的长为______________________；

②如图 3，当直线 GF∥BC 时，求 AM 的长；

【问题延伸】

（4）在△DEC 绕点 D 旋转的过程中，连接 AF，请求出 AF 的最小值

九年级数学练习题（三）答案

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	D	B	A	C	C	D	B	C	A

二、填空

11. -1　12. 60°　13. 0　14. 25%　15. $1+\frac{2^{2025}-1}{2^{2025}}$

三、解答题

16.（1）解：$\sqrt{27}-\left|1-\tan 60^{\circ}\right|+\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$

$=3\sqrt{3}-\left|1-\sqrt{3}\right|+(-2)^{2}$

$=3\sqrt{3}-\left(\sqrt{3}-1\right)+4$

$=3\sqrt{3}-\sqrt{3}+1+4$

$=2\sqrt{3}+5$；……………………………………………………………………5 分

（2）解：$\left(a-1-\frac{3}{a+1}\right)\div\frac{a^2-4a+4}{a+1}$

$=\left[\frac{(a-1)(a+1)}{a+1}-\frac{3}{a+1}\right]\div\frac{a^2-4a+4}{a+1}$

$=\left[\frac{a^2-1}{a+1}-\frac{3}{a+1}\right]\div\frac{a^2-4a+4}{a+1}$

$=\frac{a^2-4}{a+1}\cdot\frac{a+1}{a^2-4a+4}$

$=\frac{(a+2)(a-2)}{a+1}\cdot\frac{a+1}{(a-2)^2}$

$=\frac{a+2}{a-2}$．……………………………………………………………………10 分

17.解：（1）$\triangle ABD$ 为等腰三角形，理由如下：……………………………1 分

∵$\angle C=18°$，$\angle A=54°$，

$\therefore \angle ABC=180° - \angle A - \angle C=108°$，

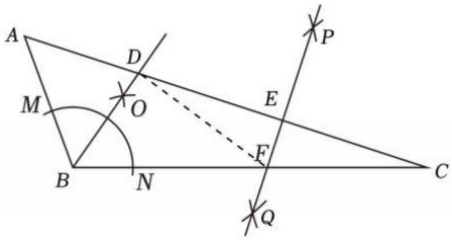
由作法得 BD 平分 $\angle ABC$，

$\therefore \angle ABD=\angle CBD=54°$，……………………………………………………3 分

$\therefore \angle A=\angle ABD=54°$，

$\therefore BD=AD$，即 $\triangle ABD$ 为等腰三角形；……………………………………………4 分

（2）如图，连接 DF，



由作法可得 PQ 为 CD 的垂直平分线，……………………………………………………5 分

$\therefore CF=DF$，

$\therefore \angle C=\angle CDF=18°$，

$\therefore \angle DFB=\angle C+\angle CDF=36°$，

$\therefore \angle BDF=180° - \angle DFB - \angle CBD=90°$，………………………………………7 分

设 $CF=DF=x$，则 $BF=BC - CF=8 - x$，

则 $BF^2=BD^2+DF^2$，

$\therefore (8 - x)^2=3^2+x^2$，………………………………………………………………………9 分

$64 - 16x=9$，

$- 16x=9 - 64$，

解得 $x=\frac{55}{16}$. 即 $CF=\frac{55}{16}$. ……………………………………………………………10 分

18.（1）解：设每千克 A 肥桃为 x 元，则每千克 B 肥桃为 $(x+4)$ 元，

由题意得 $\frac{480}{x}=\frac{720}{x+4}$………………………………………………………………2 分

解得 $x=8$ ………………………………………………………………………………………4 分

经检验 $x=8$ 是所列方程的根，且符合题意.

$\therefore x+4=8+4=12$

答：每千克 A 肥桃 8 元，则每千克 B 肥桃为 12 元. …………………………5 分

（2）解：设购进 A 肥桃 m 千克，则购进 B 肥桃 $(100-m)$ 千克，

由题意得 $8m+12(100-m)\le 1100$，…………………………………………………7 分

解得 $m \geq 25$．..8 分

设总利润为 w 元，

由题意得 $w=(12-8)m+(18-12)(100-m)=-2m+600$......................10 分

$\because -2<0$，

∴w 随 m 增大而减小.

∴当 $m=25$ 时，$w_{最大}=-2\times25+600=550$，此时 $100-m=75$·

当购进 A 肥桃 25 千克，B 肥桃 75 千克时，利润最大，最大利润为 550 元...........11 分

19.（1）解：$m=2.4$．

$n=5$．...4 分

由表 1 可知：方案 B 的平均数和中位数都最大，方案 B 最受欢迎．.......5 分

（2）解：由图 1 可知：最喜欢方案 C 的有 3 人，则 300 位嘉宾在三个方案中最喜爱方案 C 的人数为 $300\times\frac{3}{10}=90$ 人．...............................7 分

答：估计 300 位嘉宾在三个方案中最喜爱方案 C 的人数为 90 人.

（3）解：补全图 2 如下：

甜度、整体口感评分平均数复合统计图

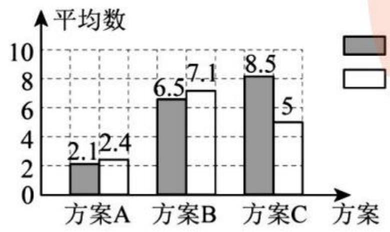


图2

...............................8 分

由图 2 可知：随着糖浆的加入量的增多，饮品甜度不断增加，整体口感得分先增高后降低．...9 分

（4）解：方案 A 综合得分为 $2.1\times0.3+2.4\times0.7=2.31$；

方案 B 综合得分为 $6.5\times0.3+7.1\times0.7=6.92$；

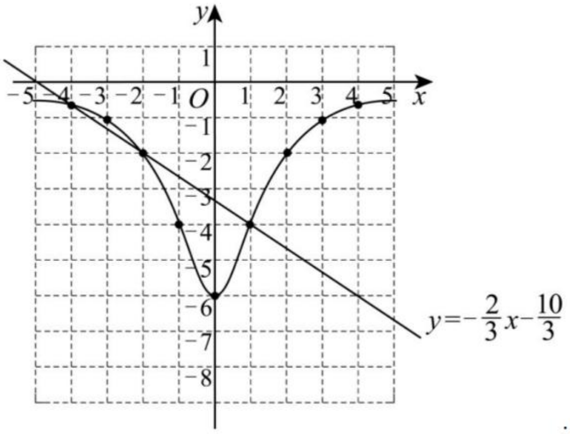
方案 C 综合得分为 $8.5\times0.3+5\times0.7=6.05$.

由 $6.92>6.5$，则推断该店将会推出方案 B．........................11 分

20.（1）解：当 $x=0$ 时，$a=-\frac{12}{2}=-6$；

$\therefore a=-6$，..2 分

补全函数图象，如图所示.



....4 分

（2）解：①观察图象可知，当 $x=0$ 时，函数 $y=-\frac{12}{x^2+2}$有最小值，最小值为-6；...6 分

②观察图象可知，或 $x\geq 0$ 时，y 随 x 的增大而增大；...8 分

（3）解：观察图象，即可得到$-\frac{12}{x^2+2}<-\frac{2}{3}x-\frac{10}{3}$的解集为：$x<-4$ 或$-2<x<1$．...11 分

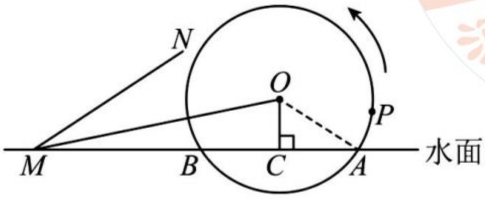
21.（1）解：如图，连接 OA，设⊙O 的半径为 r．

∵$OC\perp AB$，$AB=4\sqrt{3}$m，

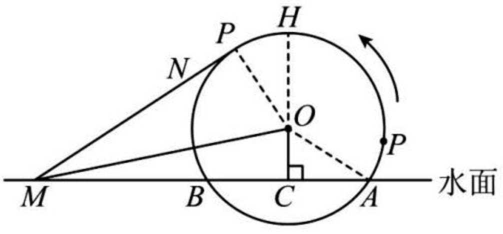
∴$CA=\frac{1}{2}AB=2\sqrt{3}$m，

在 Rt△OCA 中，$r=OA=\sqrt{OC^2+CA^2}=\sqrt{2^2+\left(2\sqrt{3}\right)^2}=4$m，

∴筒车⊙O 的半径为 4m．...4 分



（2）解：如图，延长 CO 交⊙O 于点 H，则 H 为最高点．



∵点 P 在⊙O 上，且 MN 与⊙O 相切，

∴当 P 在 MN 上，点 P 是切点，连接 OP，则 $OP\perp MN$．...................5 分

在 Rt△OPM 中，$\cos\angle POM=\frac{OP}{OM}=\frac{4}{20}=0.2$，

∴$\angle POM=78°$．..7 分

在 Rt△COM 中，$\cos\angle COM=\frac{OC}{OM}=\frac{2}{20}=0.1$，

∴$\angle COM=84°$，……………………………………………………………9 分

∴$\angle POH=180°-\angle POM-\angle COM=180°-78°-84°=18°$．...10 分

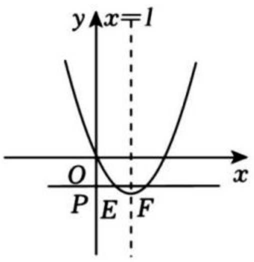
∴需要的时间为 18÷3=6（秒）．…………………………………………11 分

22.解：（1）①∵点 A（1，－1）在抛物线 $y=ax^2-2ax$（$a\neq0$）上，将点 A 的坐标代入得：

$-1=a-2a$，

解得：$a=1$；………………………………………………………………………………2 分

②如图，



∵点 E 为线段 PF 的中点，且 P（0，t），

∴设 E（x_0，t），则 F（$2x_0$，t），

∴$x_0^2-2x_0=(2x_0)^2-2\times2x_0$，

解得：$x_0=\frac{2}{3}$或 $x_0=0$（不合题意，舍去），

∴$t=(\frac{2}{3})^2-2\times\frac{2}{3}=-\frac{8}{9}$；………………………………………………………6 分

（2）∵$y=ax^2-2ax$（$a\neq0$），

∴对称轴为直线 $x=1$，

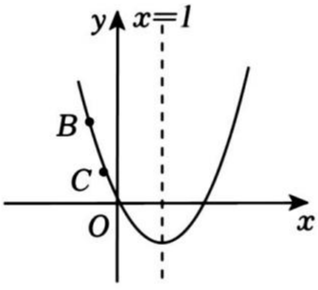
（i）当 $a>0$ 时，抛物线开口向上，当 $x<1$ 时，y 随 x 的增大而减小；

此时，$1-2a<1$，

∴点 B（$1-2a$，y_1）在对称轴左侧，

∵$-1<1$，

∴点 C（-1，y_2）在对称轴左侧，如图，



∵$y_1>y_2$，

∴$1-2a<-1$，

∴$a>1$；

∵在对称轴同侧的两点之间的部分不可能存在纵坐标相等的情况，

∴抛物线在点 B，C 之间的部分（含点 B，C）上不存在两点 M（x_1，m），N（x_2，n），使得 $m=n$；……………………………………………………………………9 分

（ii）当 $a<0$ 时，抛物线开口向下，当 $x<1$ 时，y 随 x 的增大而增大，当 $x>1$ 时，y 随 x 的增大而减小；

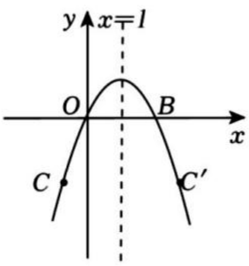
此时，$1-2a>1$，

∴点 B（$1-2a$，y_1）在对称轴右侧，

∵$-1<1$，

∴点 C（-1，y_2）在对称轴左侧，

如图，



点 C 关于对称轴的对称点 C'（3，y_2）在对称轴右侧（关于抛物线对称轴对称的两点到对称轴的距离相等，且纵坐标相等），

∵$y_1>y_2$，点 C'和点 B 在对称轴同侧，

∴$1-2a<3$，

∴$a>-1$，

此时，抛物线在点 B、C 之间的部分（含点 B、C）上存在两点 M（x_1，m），N（x_2，n），使得 $m=n$（当点 B、C 分别位于对称轴异侧时，在抛物线上点 B、C 之间的部分关于对称轴对称的对应点均满足 $m=n$），

综上所述，a 的取值范围为 $-1<a<0$……………………………………………………13 分

23.（1）DE= $\frac{3}{2}$……………………………………………………………………………1 分

(2)结论：MF=ME；

证明：如图 1，连接 DM，

∵ 将△DEC 绕点 D 顺时针方向旋转得到△DFG，点 E，C 的对应点分别是点 F，G，

∴DE=DF，∠DFM=∠DEM=90°，

在 Rt△DMF 和 Rt△DME 中，

$\begin{cases} DF=DE \\ DM=DM \end{cases}$

∴Rt△DMF≌ Rt△DME (HL)，∴MF=ME；..4 分

（3）①

由旋转的性质得：∠DGB=∠C，DG=DC，

∵DB=DC，

∴DG=DB，

∴∠DGB=∠DBG，

∴∠MBC=∠C，

∴BM=MC。

设 BM=MC=x，在 Rt△ABM 中，由勾股定理得：$BM^2=AB^2+AM^2$，

即 $3^2+(4-x)^2=x^2$，

解得 $x=\frac{25}{8}$，

∴$BM=MC=\frac{25}{8}$，

∴$AM=AC-CM=4-\frac{25}{8}=\frac{7}{8}$..7 分

(3)②

如图 3，过点 A 作 AH⊥BC 于点 H，交 FG 于点 K，则四边形 DFKH 是矩形，

∴$DF=KH=DE=\frac{3}{2}$。

在 Rt△ABC 中，∠BAC=90°，AB=3，AC=4，由勾股定理得：$BC=\sqrt{3^2+4^2}=5$。

∵AH⊥BC，且 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BC\cdot AH=\frac{1}{2}AB\cdot AC$，∴$\frac{1}{2}\times5\times AH=\frac{1}{2}\times3\times4$，解得 $AH=\frac{12}{5}$。

∴$AK=AH-KH=\frac{12}{5}-\frac{3}{2}=\frac{9}{10}$。

∵GF∥BC，∴△AKM∽△AHC，∴$\frac{AK}{AH}=\frac{AM}{AC}$，$AM=\frac{3}{2}$....................................11 分

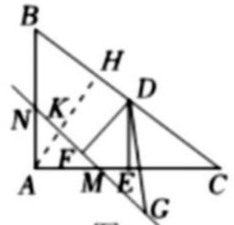


图3

(4)如图 4，连接 AD，根据两点之间线段最短，有：AF+DF≥AD，

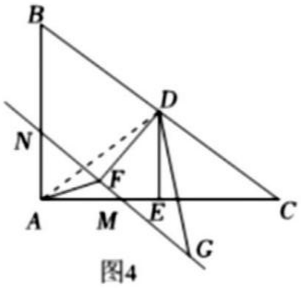


图4

当且仅当 A、F、D 三点共线时，AF+DF=AD，此时 AF+DF 的值最小，对应 AF 取得最小值。

∵∠BAC=90°，BD=CD（D 为 BC 中点），

∴AD= $\frac{1}{2}$BC=$\frac{5}{2}$ （直角三角形斜边中线等于斜边的一半）。

又∵DF=DE= $\frac{3}{2}$（旋转前后对应边相等），

∴AF 的最小值为：AD−DF= $\frac{5}{2}-\frac{3}{2}$ =1……………………………………………………13 分