第一学期期中学情检测

初四数学样题

总分：_____ 等级：_____

得分	评卷人

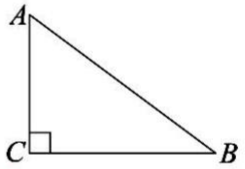
一、单选题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题所列出的四个选项中，只有一项是符合题意的。请将正确答案前的字母代号填在下表内。）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案										

1. 如图，在△ABC 中，$\angle C$=90°，AB=5，AC=3，则 tan$A$ 的值为

A．$\frac{4}{3}$　　B．$\frac{4}{5}$

C．$\frac{3}{5}$　　D．$\frac{3}{4}$



2. 下列函数中，不是反比例函数的是

A．$xy=3$　　B．$y=\frac{3}{x}$　　C．$y=3x^{-1}$　　D．$y=x+\frac{3}{x}$

3. 把抛物线 $y=(x+2)^2+3$ 的图象向右平移 3 个单位，再向下平移 6 个单位，所得的抛物线的函数关系式是

A．$y=(x-1)^2+3$　　B．$y=(x+1)^2+3$

C．$y=(x-1)^2-3$　　D．$y=(x+1)^2-3$

4. 在△ABC 中，已知$\angle A$、$\angle B$ 都是锐角，$|\tan B-\sqrt{3}|+\sqrt{2\sin A-1}=0$，那么△$ABC$ 是

A．等腰三角形　　B．直角三角形　　C．等边三角形　　D．钝角三角形

5. 对于函数，下列说法错误的是 $y=-\frac{3}{x}$

A．它的图象分布在二、四象限

B．它的图象既是轴对称图形又是中心对称图形

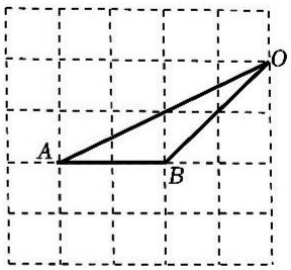
C．当 $x>0$ 时，y 的值随 x 的增大而增大

D．当 $x<0$ 时，y 的值随 x 的增大而减小

6. 已知 a，b 是两个连续整数，$a<\sqrt{35}-1<b$，则 a，b 分别是

A．2， 3　　B．3，4　　C．4，5　　D．5，6

7. 如图，在由小正方形组成的网格中，小正方形的边长均为 1，点 A、B、O 都在小正方形的顶点上，则 $\sin\angle AOB$ 的值是



A．$\frac{3\sqrt{10}}{10}$　　B．$\frac{\sqrt{10}}{10}$

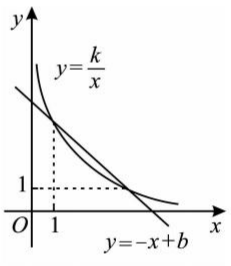
C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{1}{2}$

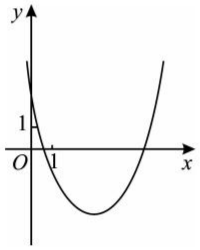
8. 已知一条抛物线经过 A（0，10），B（m+2，n），C（4－m，n），D（4，2）四点，则此抛物线的顶点坐标为

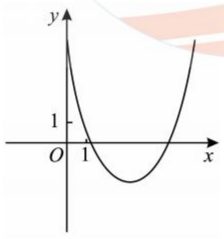
A．（3，1）　　B．（4，2）

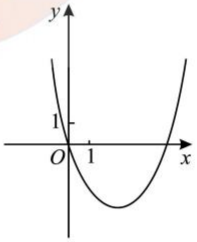
C．（2，2）　　D．（1，5）

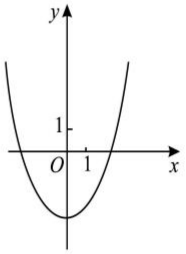
9. 已知反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$ 在第一象限内的图象与一次函数 $y=-x+b$ 的图象如图所示，则函数 $y=x^2-bx+k-1$ 的图象可能为



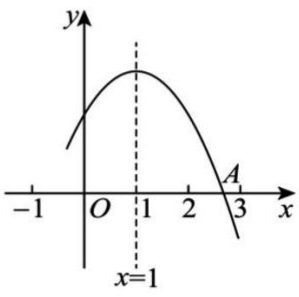
A．

B．

C．

D．

10.如图，二次函数 $y=ax^2+bx+c$（a，b，c 是常数，$a\neq 0$）图象的一部分，与 x 轴的交点 A 在点（2，0）和（3，0）之间，对称轴是直线 $x=1$，对于下列说法：①$ab<0$；②$2a+b=0$；③$3a+c<0$；④当 $-1<x<3$ 时，$y>0$；⑤$a+b>m(am+b)$（m 为实数）；其中正确结论的序号是



A．①②　　B．①②③　　C．①②④　　D．①②③⑤

抖音：老王侃升学 领试题加微信：dstz985

得分	评卷人

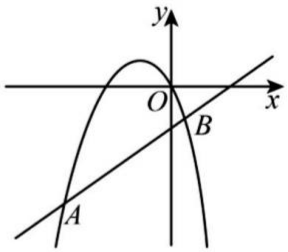
二、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 4 分，共 24 分。只要求填写最后结果）

11．已知反比例函数 $y=\dfrac{m+1}{x}$ 若它的图象在每个象限内 y 随 x 的增大而增大，写出一个符合条件的 m 的值：_____。

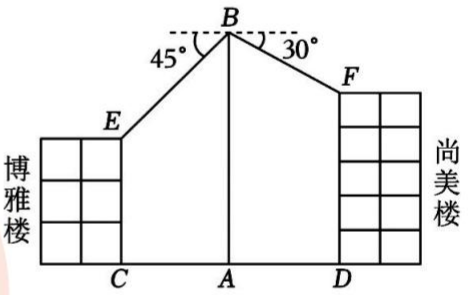
抖音：老王侃升学

12．二次函数 $y=(m+1)x^2+2x+1$ 与 x 轴有两个不同的交点，则 m 的取值范围是_____。

13．如图，抛物线 $y=ax^2+bx$ 与直线 $y=mx+n$ 相交于点 $A(-3,-5)$，$B(1,-2)$，则关于 x 的不等式 $ax^2+bx-mx-n\le 0$ 的解集为_____。

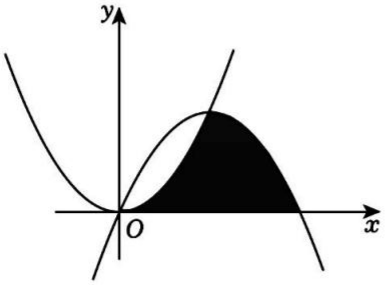


14．综合实践课上，数学兴趣小组用无人机测量校园内两座建筑的高度．如图，无人机从地面 CD 的中点 A 处竖直上升 24 米到达 B 处，测得博雅楼顶部 E 的俯角为 45°，尚美楼顶部 F 的俯角为 30°，已知博雅楼高度 CE 为 12 米，则尚美楼高度 DF 为_____米。（结果保留根号）

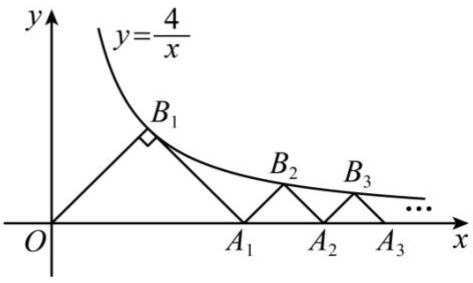


15．如图，两抛物线的函数表达式分别为 $y=x^2$ 和 $y=-x^2+4x$，则阴影部分面积为_____。

16．如图，在平面直角坐标系中，反比例函数 $y=\dfrac{4}{x}$ 的图象上取一点 B_1，连接 OB_1，以点 B_1 为直角顶点作等腰直角△OA_1B_1．点 A_1 在 x 轴上，过点 A_1 作 $A_1B_2 \parallel OB_1$ 交反比例函数图象于点 B_2，过点 B_2 作 $B_2A_2 \parallel A_1B_1$ 交 x 轴于点 A_2，过点 A_2 作 $A_2B_3 \parallel A_1B_2$ 交反比例函数图象于点 B_3，过点 B_3 作 $B_3A_3 \parallel A_2B_2$ 交 x 轴于点 A_3，…，按此规律依次作图，则点 A_{2027} 的坐标为_____。



第 15 题



第 16 题

三、解答题（本大题共 8 个小题，满分 86 分。解答应写出计算过程、文字说明或推演步骤）

得分	评卷人

17.（每小题 5 分，满分共 10 分）

（1）$2\sin 45^\circ+(-1)^3-\left|\sqrt{2}-3\right|$；

（2）$2\sin 60^\circ-\sqrt{3}\tan 30^\circ-\sqrt{2}\cos 45^\circ+\left(1-\sqrt{2}\right)^0$。

滴水同舟

得分	评卷人

18.（本题满分 8 分）

已知点 Q（2，－3）在反比例函数 $y=\frac{a-1}{x}$（a 为常数，且 $a\neq 1$）的图象上。

（1）a＝____，该反比例函数的图象在第_____象限；

（2）判断点 A（3，－2），B（1，－5），C（－1，6）在该反比例函数的图象上的点是_____；

（3）当－6≤x≤－2 时，该反比例函数的函数值 y 的取值范围为_____；

（4）D（x_1，y_1），E（x_2，y_2），F（x_3，y_3）在反比例函数图象上，且 $x_1<x_2<0<x_3$，比较 y_1、y_2、y_3 的大小（用“＜”连接）_____。

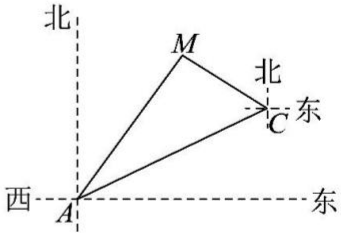
抖音：老王侃升学 领试题加微信：dstz985

得分	评卷人

19. （本题满分 8 分）

如图，某天然气公司的主输气管道从 A 市的北偏东 $60°$ 方向直线延伸，测绘员在 A 处测得要安装天然气的 M 小区在 A 市北偏东 $30°$ 方向；测绘员沿主输气管道步行 2000 米到达 C 处，测得小区 M 位于 C 的北偏西 $60°$ 方向。请你在主输气管道上寻找支管道连接点 N，使到该小区铺设的管道最短，并求 AN 的长。

抖音：老王侃升学



得分	评卷人

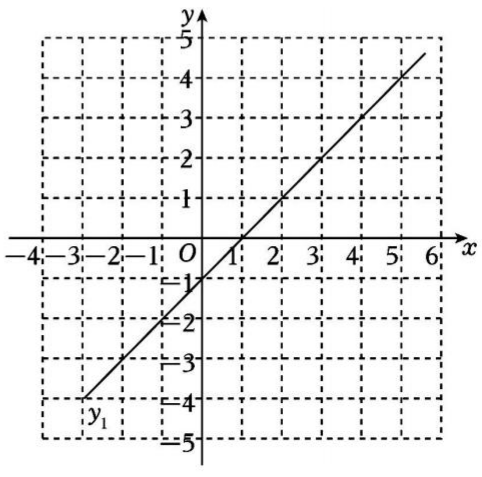
20. （本题满分 10 分）

已知直线 $y_1 = x - 1$ 在平面直角坐标系内如图所示，请解答下列问题：

（1）用配方法将二次函数 $y_2 = x^2 - 4x + 3$ 化为 $y_2 = a(x-h)^2 + k$ 的形式；

（2）请在所给平面直角坐标系中画出二次函数 $y_2 = x^2 - 4x + 3$ 的图象；

（3）直接写出不等式 $y_1 < y_2$ 的解集_____。



得分	评卷人

21. （本题满分 12 分）

某农场通过直播平台销售有机草莓，已知这种草莓的成本价为 8 元/千克，每日销售量 y（千克）与销售单价 x（元/千克）满足一次函数关系，如表记录的是有关数据。销售单价不低于成本价且不高于 20 元/千克，设销售这种草莓的日获利为 w（元）。

x（元/千克）	10	12	14
y（千克）	3600	3200	2800

抖音：老王侃升学

（1）求日销售量 y 与销售单价 x 之间的函数关系式；

（2）当销售单价定为多少时，日获利最大？最大利润为多少？

滴水同舟

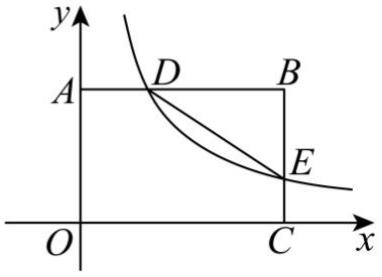
得分	评卷人

22. （本题满分 12 分）

如图，在平面直角坐标系中，$A(0,6)$、$C(9,0)$ 是矩形 $OABC$ 的两个顶点，反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象与边 AB 交于点 D，与边 BC 交于点 E。

(1)若点 D 为边 AB 的三等分点（靠近点 A），求点 E 的坐标和 k 的值；

(2)在（1）的条件下，点 F 为 y 轴上一个动点，求当△DEF 周长最小值时，点 F 的坐标。



抖音：老王侃升学 领试题加微信：dstz985

得分	评卷人

23. （本题满分 12 分）

图 1 是某型号挖掘机，该挖掘机是由基座、主臂和伸展臂构成。图 2 是某种工作状态下的侧面结构示意图（MN 是基座的高，MP 是主臂，PQ 是伸展臂，$EM/\!/QN$）。已知基座高度 MN 为 2m，主臂 MP 长为 10m，测得主臂伸展角 $\angle PME=37°$。

抖音：老王侃升学

（参考数据：$\sin37°\approx\frac{3}{5}$，$\tan37°\approx\frac{3}{4}$，$\sin53°\approx\frac{4}{5}$，$\tan53°\approx\frac{4}{3}$）

（1）求点 P 到地面的高度；

（2）若挖掘机能挖的最远处点 Q 到点 N 的距离为 16m，求 $\angle PQN$ 的度数。

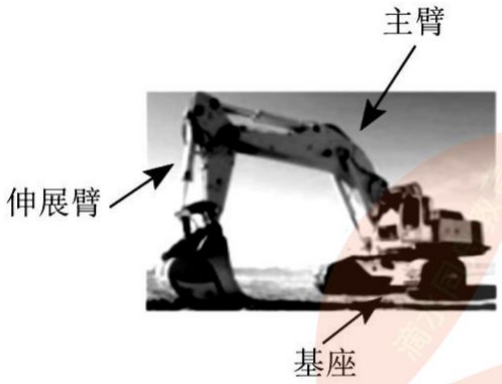


图 1

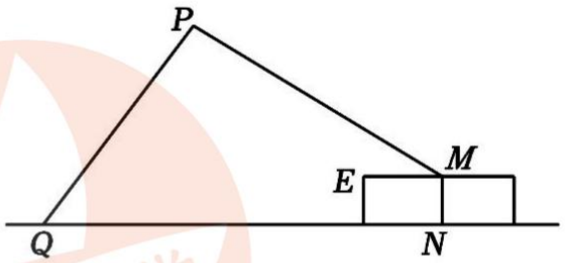


图 2

老王侃升学

得分	评卷人

24. （本题满分 14 分）

［综合探究］运用二次函数来研究植物幼苗叶片的生长状况。在大自然里，有很多数学的奥秘。图 1 是一片美丽的心形叶片，图 2 是一棵生长的幼苗都可以看作把一条抛物线的一部分沿直线折叠而形成。

【探究一】确定心形叶片的形状：

（1）如图 3 建立平面直角坐标系，心形叶片下部轮廓线可以看作是二次函数 $y=ax^2-4ax+4a-1$ 图象的一部分，已知图象过点（4,0），求抛物线的表达式及顶点 D 的坐标；

【探究二】研究心形叶片的宽度：

（2）如图 3，在（1）的条件下，心形叶片的对称轴，即直线 $y=x+1$ 与坐标轴交于 A,B 两点，抛物线与 x 轴交于另一点 C，点 C，C_1 是叶片上的一对对称点，CC_1 交直线 AB 于点 G。求叶片此处的宽度 CC_1；

【探究三】探究幼苗叶片的长度：

（3）小军同学在观察幼苗生长的过程中，发现幼苗叶片下方轮廓线都可以看作是二次函数 $y=ax^2-4ax+4a-1$ 图象的一部分；如图 4，幼苗叶片下方轮廓线正好对应探究一中的二次函数。已知直线 PD（点 P 为叶尖）与水平线的夹角为 $45°$，求幼苗叶片的长度 PD。



图1

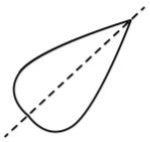






图2

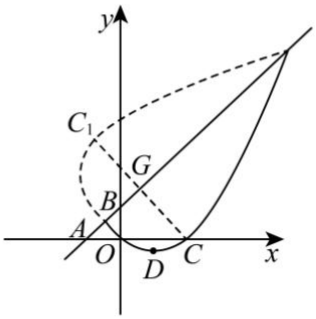


图3

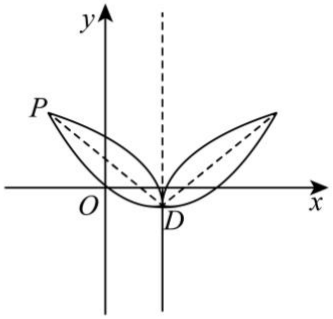


图4

抖音：老王侃升学 领试题加微信：dstz985

第一学期期中学情检测

初四数学样题参考答案及评分标准

一、选择（每小题 4 分共 40 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	D	C	B	D	C	B	A	A	B

抖音：老王侃升学

二、填空（每小题 4 分共 24 分）

11. -2 等，不唯一；12. $m<0$ 且 $m\neq -1$；13. $x\leq -3$ 或 $x\geq 1$；14. $24-4\sqrt{3}$；15. 4；

16. （$4\sqrt{2027}$，0）。

三、解答题（本大题共 8 个小题，满分 86 分）

17.解：（1）原式$=2\times\frac{\sqrt{2}}{2}-1-(3-\sqrt{2})$ ……2 分

$=\sqrt{2}-1-3+\sqrt{2}=2\sqrt{2}-4$ ……5 分

（2）原式$=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}-\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}+1$ ……2 分

$=\sqrt{3}+1-1+1=\sqrt{3}+1$ ……5 分

18.解：（1）﹣5； ……2 分　二、四； ……3 分

（2）A、C; ……5 分

（3）$1\leq y\leq 3$. ……7 分

（4）$y_3<y_1<y_2$ ……8 分

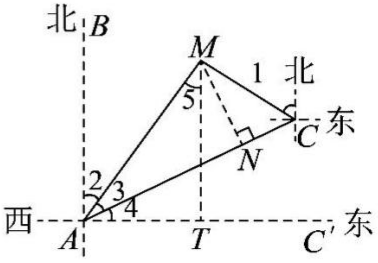
19.解：如图所示，作 $MT\parallel AB$，

根据题意，$\angle 5=\angle 2=30°$，$\angle TMC=\angle 1=60°$，

$\therefore \angle AMC=30°+60°=90°$， ……2 分

抖音：老王侃升学

过 M 作 $MN\perp AC$，垂足为 N，此时 MN 最小，...4 分



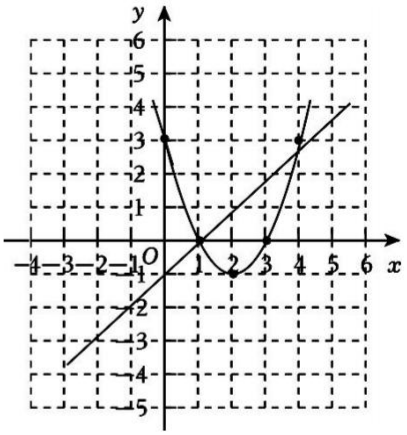
在 Rt△ACM 中，$\angle 3=60°-\angle 2=30°$，$\therefore CM=\frac{1}{2}AC=1000$ 米，……5 分

抖音：老王侃升学

在 Rt△NCM 中，易知 $\angle CMN=30°$，　$\therefore CN=\frac{1}{2}CM=500$ 米，　……7 分

$\therefore AN=AC-CN=2000-500=1500$（米）　……8 分

20.解：（1）由 $y_2=x^2-4x+3=(x^2-4x+4)-1=(x-2)^2-1$，……3 分



（2）顶点为 （2，－1），

与 x 轴交于 （1，0）、（3，0），

与 y 轴交于 （0，3），根据对称找到另一点，

描点连线可画出抛物线；　……8 分

备注：也可按照常规：列表，描点，连线进行画图。

（3） $x<1$ 或 $x>4$ ．　……10 分

21.解：（1）设一次函数表达式为 $y=kx+b$（$k\neq 0$）．

由题意得 $10k+b=3600$，$12k+b=3200$，

解得 $k=-200$，$b=5600$，$\therefore y=-200x+5600$（$8\leq x\leq 20$）．　……5 分

（2）∵销售单价不低于成本价且不高于 20 元/千克，∴$8\leq x\leq 20$，根据题意得：

$w=(x-8)y=(x-8)(-200x+5600)=-200(x-18)^2+20000$．　……9 分

∵抛物线开口向下

∴当 $x=18$ 时，w 取得最大值 20000．

∴销售单价定为 18 元/千克时，日获利最大，最大利润为 20000 元．　……12 分

22.解：（1）∵矩形 $OABC$ 中，A（0，6），C（9，0），

∴AB 平行于 x 轴，BC 平行于 y 轴，$AB=9$，

∵D 为 AB 三等分点且靠近 A，∴$AD=\frac{1}{3}\times 9=3$，　∴D（3，6），　……2 分

将 D（3，6）代入 $y=\frac{k}{x}$，得 $k=3\times 6=18$，　……4 分

∵E 在 BC 上，横坐标为 9，代入 $y=\frac{18}{x}$ 得 $y=\frac{18}{9}=2$，

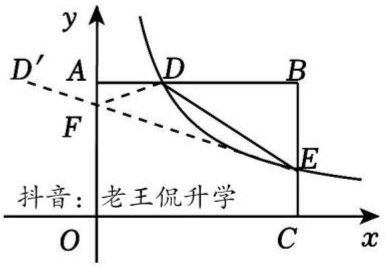
∴E（9，2）　……6 分

抖音：老王侃升学 领试题加微信：dstz985

（2）作 D（3，6）关于 y 轴的对称点 D'（－3，6），连接 $D'E$ 交 y 轴于 F，

此时△DEF 周长最小．　　……7 分

设直线 $D'E$ 的表达式为 $y=ax+b$，



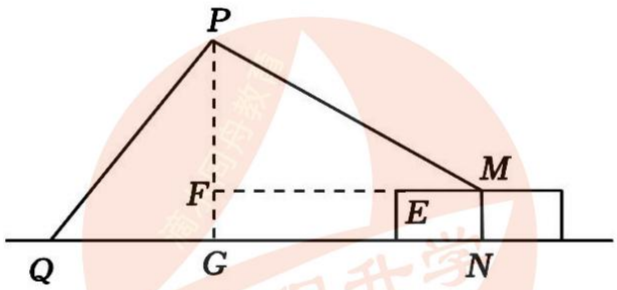
代入 D'（－3，6）、E（9，2）得 $\begin{cases}-3a+b=6\\9a+b=2\end{cases}$，

解得 $a=-\frac{1}{3}$，$b=5$，

∴直线表达式为 $y=-\frac{1}{3}x+5$，　…… 11 分

令 $x=0$，得 $y=5$，　∴F（0，5）　　……12 分

23.解：（1）过点 P 作 $PG\perp QN$，垂足为 G，延长 ME 交 PG 于点 F，



由题意得：$MF\perp PG$，$MF=GN$，$FG=MN=2$m，

在 Rt△PFM 中，$\angle PMF=37°$，$PM=10m$，∴$PF=PM\cdot\sin37°\approx10\times\frac{3}{5}=6$（m）…4 分

∴$PG=PF+FG=6+2=8$（m），∴点 P 到地面的高度为 8m；　……6 分

（2）由题意得：$QN=16$m，在 Rt△PFM 中，$\angle PMF=37°$，$PF=6$m，

∴$\angle MPF=90°-\angle PMF=53°$，$FM=\frac{PF}{\tan37°}\approx\frac{6}{\frac{3}{4}}=8$(m)，

∴$FM=GN=8$m，　∴$QG=QN-GN=16-8=8$（m），　……10 分

在 Rt△PQG 中，$\tan\angle PQG=\frac{PG}{QG}=1$，∴$\angle PQN\approx45°$，.....12 分

24.解：（1）∵抛物线经过（4,0），　∴$16a-16a+4a-1=0$．　解得：$a=\frac{1}{4}$．

∴抛物线的表达式为：$y=\frac{1}{4}x^2-x=\frac{1}{4}(x-2)^2-1$

∴顶点 D 的坐标为 $(2,-1)$ .....4 分

（2）取 $y=0$，$0=\frac{1}{4}x^2-x$，解得：$x_1=0$，$x_2=4$，　∴点 C 的坐标为 $(4,0)$，

∵心形叶片的对称轴是直线 $y=x+1$，点 C，C_1 是叶片上的一对对称点，

∴设 CC_1 的表达式为：$y=-x+b$.

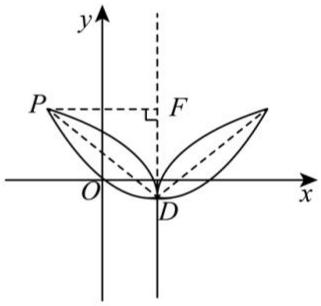
∵经过点 C，∴ $-4+b=0$．解得：$b=4$．∴ CC_1 的表达式为：$y=-x+4$ .....6 分

抖音：老王侃升学

∴ $\begin{cases} y=-x+4 \\ y=x+1 \end{cases}$，解得：$\begin{cases} x=\frac{3}{2} \\ y=\frac{5}{2} \end{cases}$　∴点 G 的坐标为 $\left(\frac{3}{2},\frac{5}{2}\right)$ .....8 分

∴ $CG=\sqrt{\left(4-\frac{3}{2}\right)^2+\left(0-\frac{5}{2}\right)^2}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$.　∴ $CC'=2CG=5\sqrt{2}$ .....10 分

（3）作 $PF\perp$ 抛物线的对称轴于点 F，则 $\angle PFD=90°$，



∵直线 PD 与水平线的夹角为 $45°$，∴ $PF=FD$

设点 P 的横坐标为 x，

∵抛物线的对称轴为直线 $x=2$，∴ $PF=FD=2-x$.

∵顶点 D 的坐标为 $(2,-1)$，

∴点 P 的纵坐标 $-1+2-x=1-x$ ……12 分

∵点 P 在抛物线上，∴ $1-x=\frac{1}{4}x^2-x$．解得：$x=\pm2$．　$x=2$（舍去），

∴点 P 的纵坐标 $1-(-2)=3$　∴点 P 的坐标为 $(-2,3)$.

∴ $PD=\sqrt{(-2-2)^2+(3+1)^2}=4\sqrt{2}$ .....14 分

抖音：老王侃升学 领试题加微信：dstz985