

## 二〇二五年东昌府区初中学生学业水平模拟考试(二)

## 数学试题

亲爱的同学们伴随着考试的开始,你又走到了一个新的人生驿站,请在答题之前一定要仔细阅读以下说明:

1. 试题由选择题与非选择题两部分组成,共 6 页,选择题 30 分,非选择题 90 分,共 120 分。考试时间为 120 分钟。

2. 将姓名、考场号、座号、考号填写在试题和答题卡指定的位置。

3. 试题答案全部写在答题卡上,完全按照答题卡中的“注意事项”答题。

4. 考试结束后只交答题卡。

5. 不允许使用计算器。

愿你放松心情、认真审题、缜密思考、细心演算,交一份满意的答卷。

## 第 I 卷(选择题 共 30 分)

一、选择题(本题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分。在每小题给出的四个选项中,只有一个选项符合题目要求。)

1.  $\sqrt{4}$  的相反数是( )

A. -2

B.  $\pm 2$

C. 4

D.  $\pm 4$

2. 下列图形中既是轴对称图形又是中心对称图形的是( )



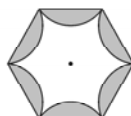
A



B



C



D

3. 科学家通过观测宇宙背景辐射的温度变化来推测光的传播方式以及宇宙的形状。在宇宙中,宇宙背景辐射分布的非常均匀,但不同区域的宇宙背景辐射仍存在微小的温度差异,热点和冷点之间的温差约为  $0.0002^{\circ}\text{C}$ 。 $0.0002$  用科学计数法记为( )

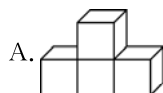
A.  $0.2 \times 10^{-4}$

B.  $2 \times 10^{-3}$

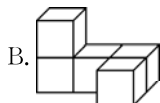
C.  $2 \times 10^{-4}$

D.  $2 \times 10^{-5}$

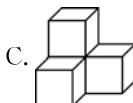
4. 下列几何体均是由若干大小相同的小正方体搭建而成的,其主视图是右图的是( )



A.



B.



C.



D.



(第 4 题)

5. 下列运算中不正确的是( )

A.  $2a^2 \cdot 3a^3 = 6a^5$

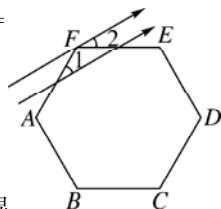
B.  $(-4a^2b)^2 = 16a^4b^2$

C.  $3a - a = 2a$

D.  $(-2a)^3 \div a = 8a^2$

6. 如图,一束平行光线照射到正六边形  $ABCDEF$  上,若  $\angle 1 = 35^\circ$ ,则  $\angle 2 =$  ( )

A.  $15^\circ$                       B.  $25^\circ$   
C.  $35^\circ$                       D.  $37^\circ$



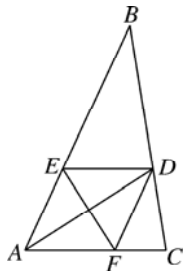
(第 6 题)

7. 有 4 张看上去无差别的卡片,上面分别写着 1,3,5,7。随机抽取 1 张后,放回并混在一起,再随机抽取 1 张,那么两次抽取的卡片上数字之和能被 3 整除的概率是( )

A.  $\frac{1}{3}$                       B.  $\frac{5}{6}$                       C.  $\frac{5}{8}$                       D.  $\frac{5}{16}$

8. 在  $\triangle ABC$  中,作  $\angle BAC$  的平分线交  $BC$  于点  $D$ ,作  $AD$  的垂直平分线分别交  $AB$  于点  $E$ ,交  $AC$  于点  $F$ ,连接  $DE,DF$ ,得到四边形  $AEDF$ 。若  $AE = 4$ ,则四边形  $AEDF$  的周长为( )

A. 16                      B.  $8\sqrt{3}$   
C.  $8 + 4\sqrt{3}$                       D.  $8 + 8\sqrt{3}$



(第 8 题)

9. 数学课上,甲乙丙丁四位同学对于题目“甲、乙两地相距  $360 \text{ km}$ ,张老师、王老师分别从甲地乘早 7 时出发的普通客车和 8 时 15 分出发的豪华客车去乙地,两车恰好同时到达.已知豪华客车与普通客车的平均速度的比是  $4:3$ ,两车的平均速度分别是多少?”列出了如下方程:

①设豪华客车的平均速度是  $x \text{ km/h}$ ,则:

甲列的方程为:  $\frac{360}{\frac{3}{4}x} - \frac{360}{x} = \frac{5}{4}$ ; 乙列的方程为:  $\frac{360}{x} - \frac{360}{\frac{4}{3}x} = \frac{5}{4}$ 。

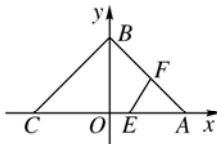
②设普通客车的平均速度是  $x \text{ km/h}$ ,则:

丙列的方程为:  $\frac{360}{\frac{3}{4}x} - \frac{360}{x} = \frac{5}{4}$ ; 丁列的方程为:  $\frac{360}{x} - \frac{360}{\frac{4}{3}x} = \frac{5}{4}$ 。

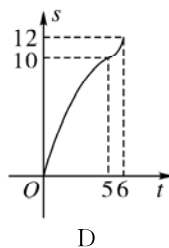
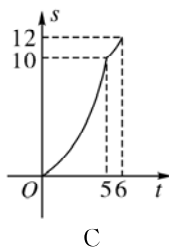
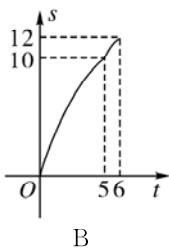
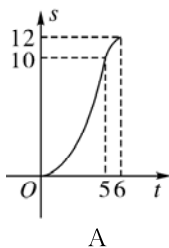
则四位同学列出的方程正确的是( )

A. 甲、丙                      B. 甲、丁                      C. 乙、丙                      D. 乙、丁

10. 如图,已知  $\triangle ABC$  的顶点坐标分别为  $A(3,0), B(0,4), C(-3,0)$ 。动点  $E, F$  同时从点  $A$  出发,  $E$  沿  $A \rightarrow C$  运动,  $F$  沿折线  $A \rightarrow B \rightarrow C$  运动,均以每秒 1 个单位长度的速度移动,当一个动点到达终点  $C$  时,另一个动点也随之停止移动,移动时间记为  $t$  秒,连接  $EF$ 。当点  $E, F$  移动时,记  $\triangle ABC$  在直线  $EF$  右侧部分的面积为  $S$ ,则  $S$  关于时间  $t$  的函数图像为( )



(第 10 题)



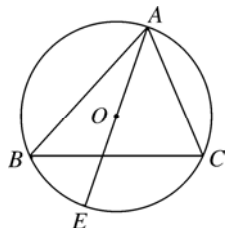
## 第 II 卷(非选择题 共 90 分)

二、填空题(本题共 5 小题,每小题 3 分,共 15 分。只要求填写最后的结果。)

11. 因式分解: $3ab^2+6a^2b+3a^3=$ \_\_\_\_\_。

12. 写出满足不等式组  $\begin{cases} 2x-1>3 \\ x-1<7-x \end{cases}$  的整数解 \_\_\_\_\_。

13. 如图,  $AE$  是  $\triangle ABC$  的外接圆直径, 点  $O$  为圆心。若  $\angle BAE=25^\circ$ , 则  $\angle C=$ \_\_\_\_\_。



(第 13 题)

14. 对于任意函数, 定义当  $x=x_0$  时, 若函数值  $y=x_0$ , 称  $(x_0, x_0)$  为此函数的不动点。例如函数  $y=2x-1$ , 当  $x=1$  时  $y=1$ , 则点  $(1, 1)$  为此函数的不动点。则二次函数  $y=2x^2-4x-3$  的不动点为\_\_\_\_\_。

15. 在平面直角坐标系中, 点  $M(x, y)$  经过某种变换后得到点  $M'(y+3, -x-1)$ 。已知点  $M_1$  经过此变换得到点  $M_2$ , 点  $M_2$  经过此变换得到点  $M_3$ , 点  $M_3$  经过此变换得到点  $M_4$ , 这样依次得到点  $M_5, M_6, \dots, M_n$ 。若点  $M_1$  的坐标为  $(2, 1)$ , 则点  $M_{2025}$  的坐标为\_\_\_\_\_。

三、解答题(本题共 8 小题, 共 75 分。解答应写出必要的文字说明、推理过程或演算步骤。)

16. (每小题 4 分, 共 8 分)

(1) 计算:  $3\tan 30^\circ - \sqrt{12} + (\pi - 2025)^0 + (-2) \times \frac{1}{2}$ ;

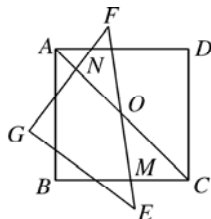
(2) 先化简, 再求值:  $\left(\frac{a^2}{a-1} - a - 1\right) \div \frac{a}{a^2-1}$ , 其中  $a=2$ 。

17. (本小题满分 8 分)

在正方形  $ABCD$  中, 边长为 4,  $AC$  为对角线, 将  $\triangle ABC$  绕  $AC$  的中点  $O$  旋转, 当  $\triangle ABC$  与  $\triangle CDA$  重合时停止, 如图是  $\triangle ABC$  旋转至  $\triangle FEG$  的位置,  $EF$  交  $BC$  于点  $M$ ,  $GF$  交  $AC$  于点  $N$ 。

(1) 试猜想在整个旋转过程中  $BM$  与  $GN$  始终相等吗? 并说明理由;

(2) 旋转过程结束时, 求点  $B$  走过的路径长度。

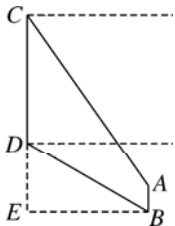


(第 17 题)

18. (本小题满分 8 分)

街头广告牌不仅具有广告宣传, 美化环境的作用, 还可以进行社会宣传, 比如传播公益信息, 宣传环保、健康、安全、教育等方面的公益理念和知识, 促进社会和谐发展。某中学数学兴趣小组利用业余时间来到某广场进行实地测量, 如图所示,  $AB$  为广场上一个高为 1.5 米的平台,  $AB$  距离广告牌的水平距离为 6 米,  $CD$  为广告牌, 小明用测角仪在点  $B$  处测得广告牌底端  $D$  的仰角为  $30^\circ$ , 在  $A$  点测得广告牌顶端  $C$  处的仰角为  $55^\circ$ 。(点  $C$ , 点  $D$  在同一条铅垂线上)

请利用学过的数学知识计算广告牌  $CD$  的高度。(参考数据  $\sin 55^\circ \approx 0.82, \cos 55^\circ \approx 0.57, \tan 55^\circ \approx 1.43, \sqrt{3} \approx 1.73$ , 结果保留一位小数)



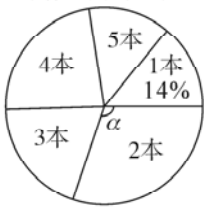
(第18题)

19. (本小题满分 9 分)

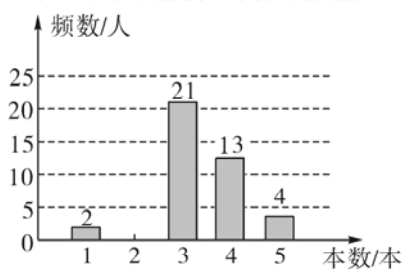
每年 4 月 23 日是世界读书日,为推动全校阅读风气,鼓励学生发现阅读乐趣,某中学积极推进读书活动,倡导每名同学每学期至少读一本书,学期末学校对七、八年级的学生读书情况进行调查。分别从两个年级随机抽取相同数量的学生,统计每人在本学期的读书数,制作了频数分布表。

读书数目(本)	1	2	3	4	5
七年级频数(人)	7	$a$	10	12	6
八年级频数(人)	2	$b$	21	13	4

七年级样本学生读书本数扇形统计图



八年级样本学生读书本数频数直方图



(1) 求出扇形统计图中圆心角  $\alpha$  的度数,并补全频数直方图。

(2) 根据频数分布表分别计算有关统计量:

统计量	中位数	众数	平均数	方差
七年级	3	2	$\bar{x}$	1.48
八年级	$m$	$n$	3.3	1.01

请填写表格中的  $m, n$  的值,并求出  $\bar{x}$  的值。

(3) 从中位数、众数、方差中任选两个统计量,对七八年级学生的读书情况进行比较,并做出评价。

20. (本小题满分 9 分)

数学活动课上,甲、乙、丙、丁四名同学针对函数展开了讨论:

信息一:他们分别指出了函数  $y_1$  的一个性质:

甲:函数的图象不经过原点;

乙:函数的图象经过一、三象限;

丙:在每个象限内, $y$  随  $x$  的增大而减小;

丁:函数图象经过点  $(2,3)$ 。

信息二:已知函数  $y_2$  的图象是一条直线,部分取值如下表所示

$x$	-1	0	1	2
$y$	-1	1	3	5

- (1)根据题中的信息,写出两个函数的表达式;  
(2)求出两个函数的交点  $A, B$  (点  $A$  在点  $B$  的左边)的坐标;  
(3)点  $O$  为坐标原点,求出  $\triangle OAB$  的面积。

21. (本小题满分 10 分)

如图,四边形  $OABC$  在直角坐标系中,点  $A(6,0)$ ,  $OA \parallel BC$ , 且  $OA = BC = 2AB$ , 以点  $O$  为圆心,  $OA$  长为半径画弧交  $y$  轴于点  $D$ , 交  $BC$  于点  $E$ , 点  $M$  为  $y$  轴上一点,  $M(0,12)$ , 连接  $ME$ 。

- (1)求证:  $ME$  是弧  $AD$  所在圆的切线;  
(2)求图中阴影部分的面积。



(第21题)

22. (本小题满分 10 分)

$\triangle ABC$  是直角三角形,  $\angle ACB=90^\circ$  点  $E$  是斜边  $AB$  上的动点, 连接  $CE$ , 过点  $C$  作  $CE$  的垂线, 过点  $B$  作  $AB$  的垂线, 两条垂线交于点  $F$ , 连接  $EF$ .

(1) 如图 1, 若三角形  $ABC$  为等腰直角三角形, 求证:  $CE=CF$ ;

(2) 如图 2, 若  $\angle A=30^\circ$ , ①求  $\frac{BF}{AE}$  的值;

②点  $M$  是  $EF$  的中点, 连接  $BM, CM$ , 若  $AC=4\sqrt{3}$ , 则当  $\triangle CBM$  是直角三角形时, 求  $CF$  的长。

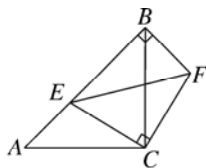


图 1

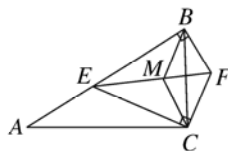
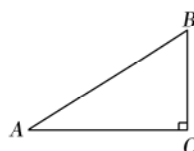


图 2  
(第 22 题)



(备用图)

23. (本小题满分 13 分)

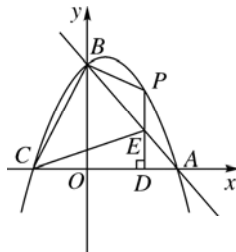
如图, 直线  $y=-x+3$  与  $x$  轴交于点  $A$ , 与  $y$  轴交于点  $B$ , 抛物线  $y=-x^2+bx+c$ , 经过  $A, B$  两点, 与  $x$  轴的另一个交点为  $C$ .

(1) 求抛物线的表达式;

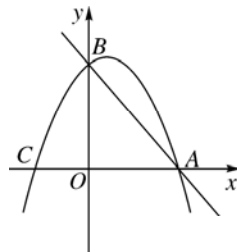
(2) 若点  $P$  为抛物线上第一象限内一动点, 过点  $P$  作  $x$  轴的垂线, 垂足为  $D$ , 与直线  $AB$  交于点  $E$ , 设点  $P$  的横坐标为  $m$ ,  $PE$  的长为  $l$ , 请写出  $l$  关于  $m$  的表达式, 当  $l$  取最大值时, 求出点  $P$  的坐标;

(3) 若点  $P$  为抛物线上  $y$  轴右侧的一点, 连接  $PB, BC, CE$ , 是否存在点  $P$  使得  $\frac{S_{\triangle PBE}}{S_{\triangle BCE}} =$

$\frac{3}{8}$ , 若存在, 求出此时点  $P$  的横坐标; 若不存在, 说明理由。



(第 23 题)



备用图